

OTOMATİK KONTROL SİSTEMLERİ

Prof. Dr. Muammer GÖKBULUT

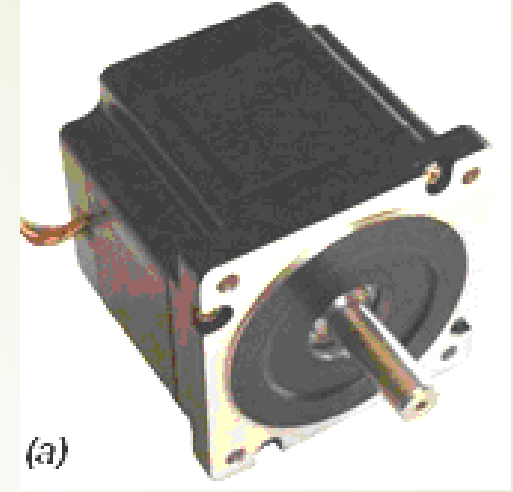
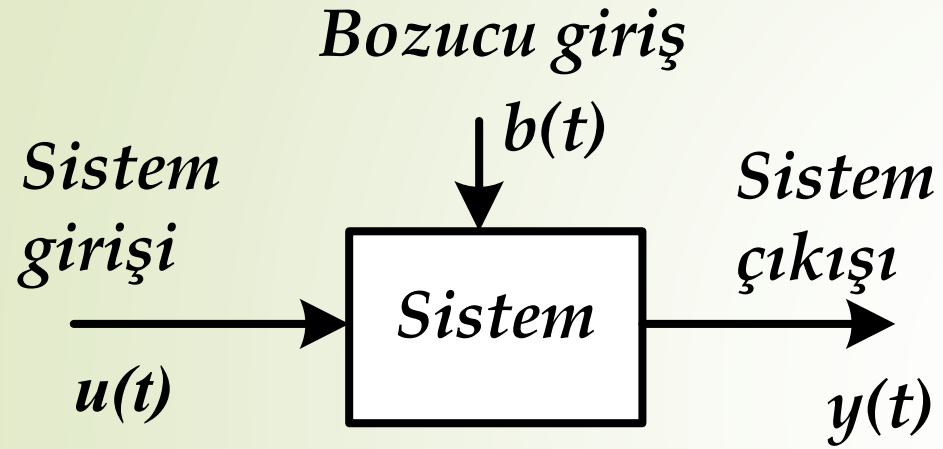
Seçkin Yayıncılık 3. Baskı Ocak 2019

Bölüm 1

Kontrol Sistemlerine Giriş

1.1 Kontrol Sistemi ve Sistem Kavramı

Sistem nedir ? Sistem Örnekleri !



Elektrik motorunun,

Girişi ?

Çıkışı ?

Bozucu girişi ?

Kontrol amacı ?

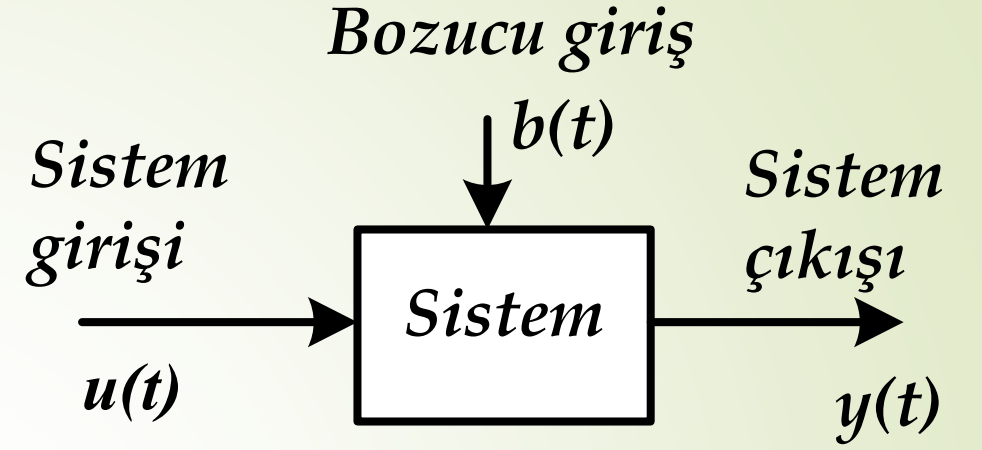
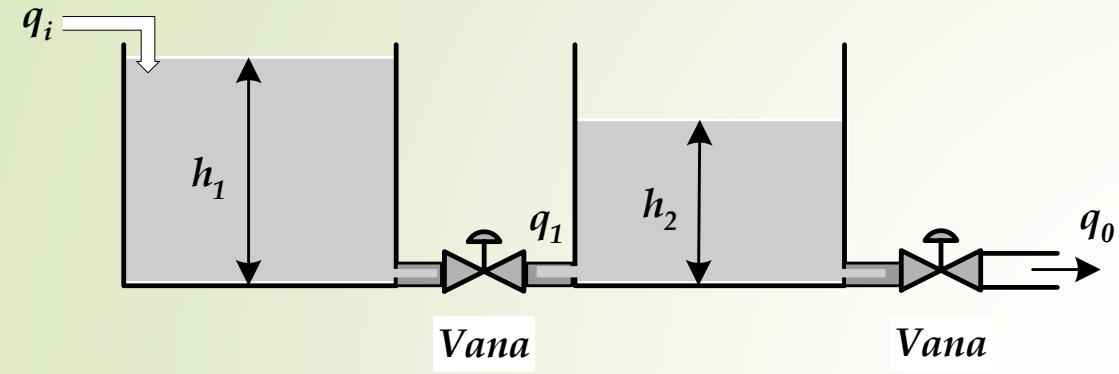
Devam: Sistem Örnekleri



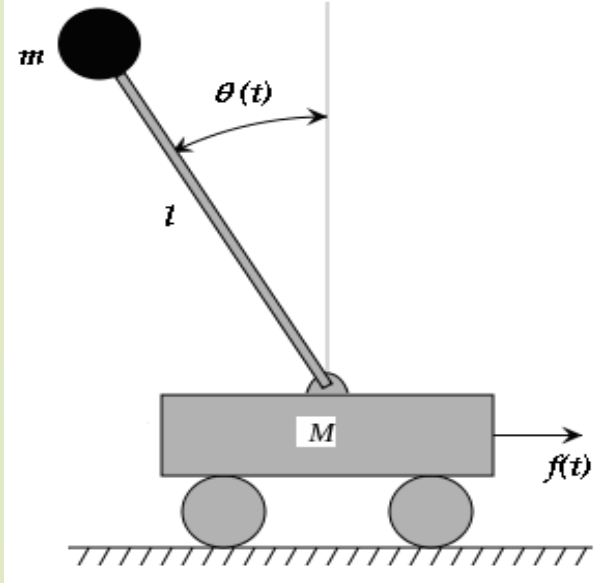
Şekil 1.3 Bir freze tezgahının görünüşü (cncmasters)

Devam: Sistem Örnekleri

Sıvı seviye ve akış sistemi



Ters sarkaç



Örnek sistemlerin,

Girişi ?

Çıkışı ?

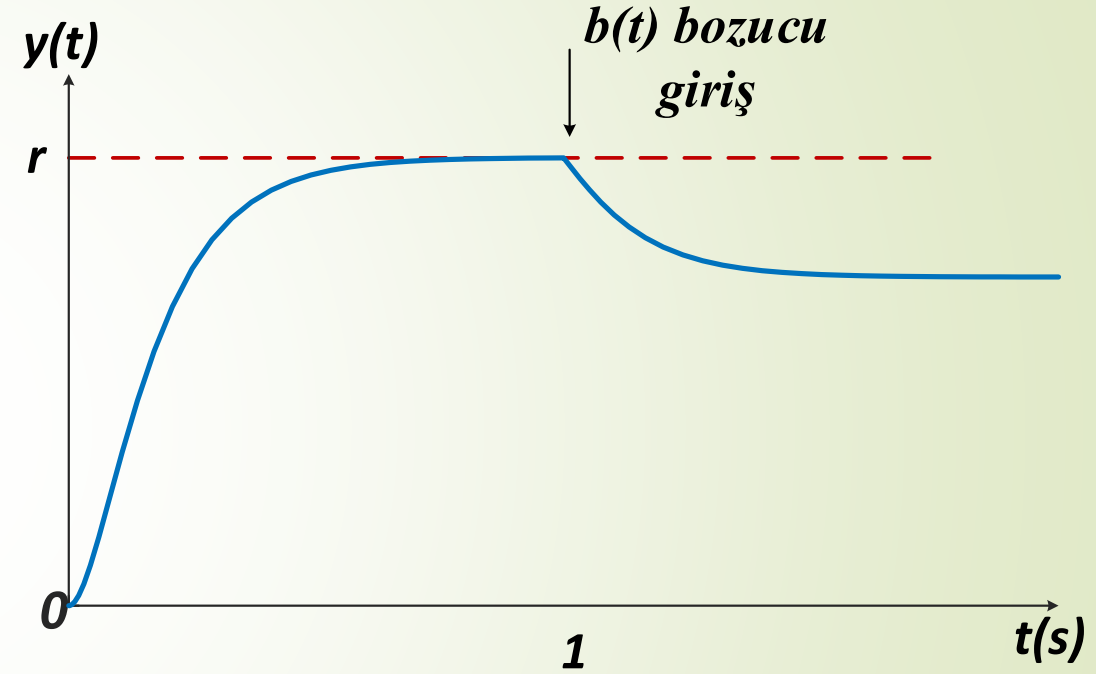
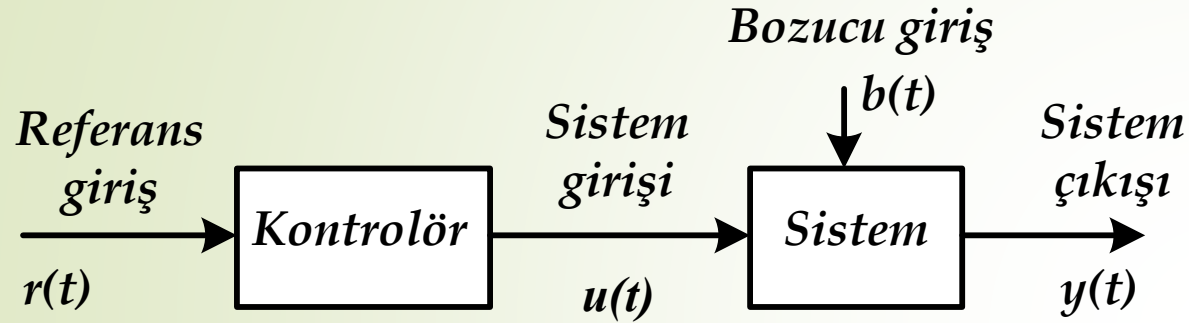
Bozucu girişi ?

Kontrol amacı ?

1.1.2 Otomatik Kontrol Sistemi

Sistem ve Kontrolör olmak üzere en az iki eleman/birim gerekir.

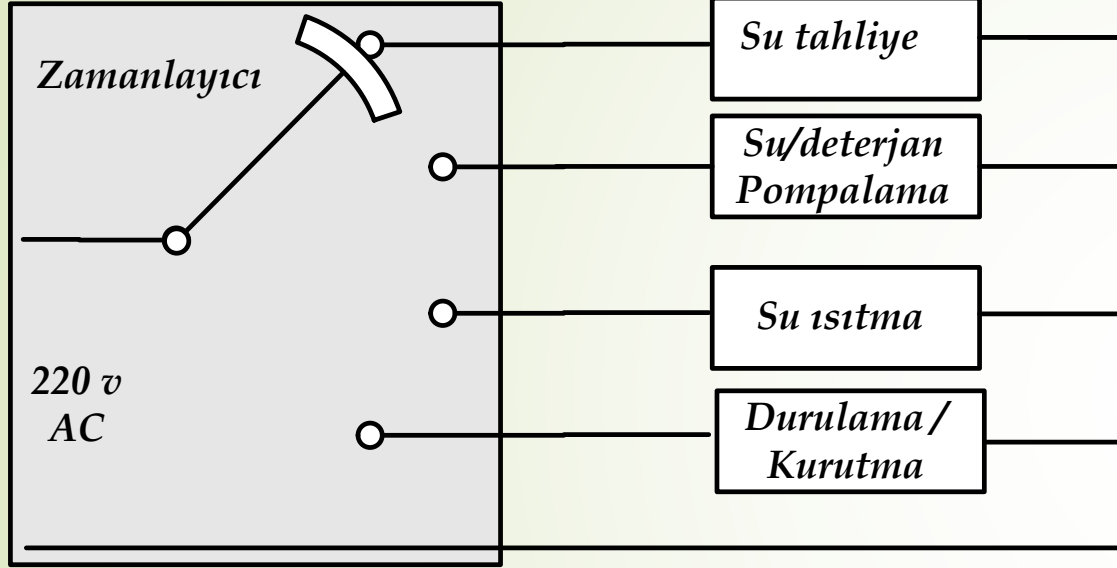
1.1.2.1 Açık Çevrim Kontrol Sistemi



Açık çevrim kontrol sistemlerinde bozucu girişin etkisi

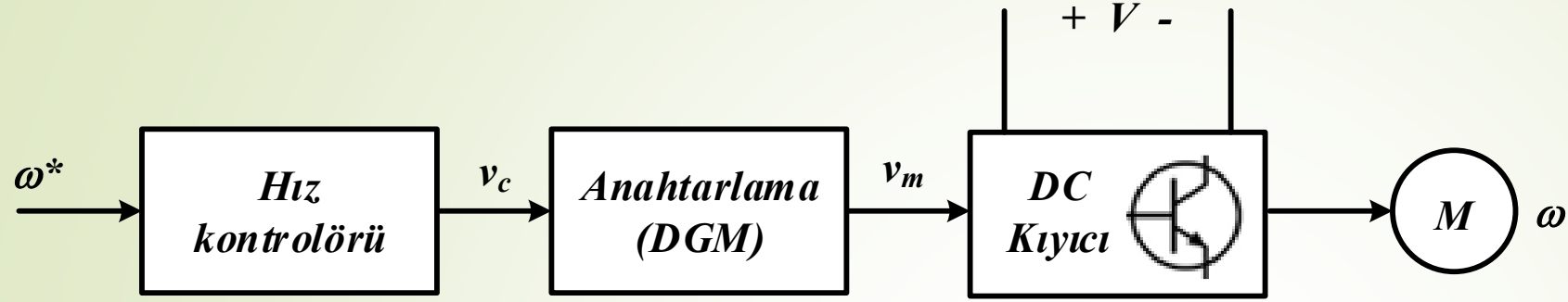
NOT: Gerilimi ayarlayarak lambanın ışığını değiştiren ışık ayarlayıcılar (dimmer) bir açık çevrim kontrol sistemi midir?

Örnek: Açık çevrim kontrolör, çamaşır-bulaşık makinalarında olduğu gibi bazı sistemlerde **bir zamanlayıcıdan/programlayıcıdan** ibarettir.

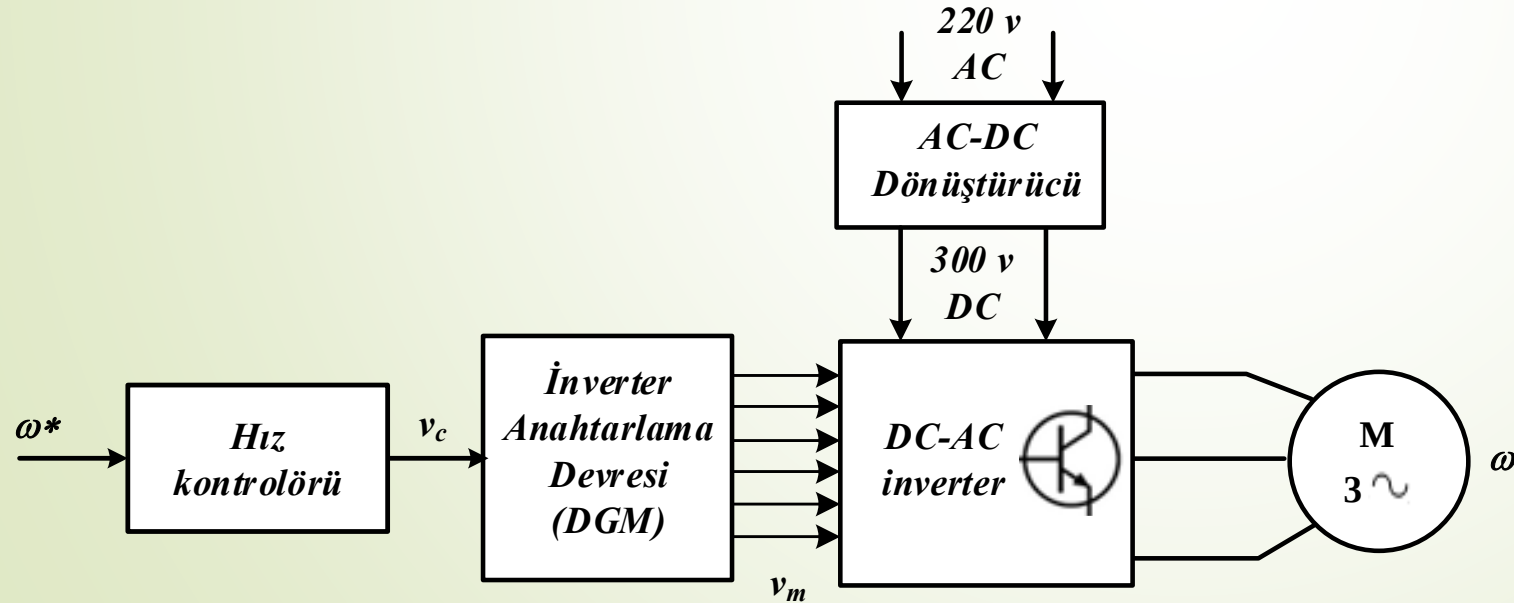


Şekil 1.7 Bir bulaşık makinasının prensip kontrol şeması.

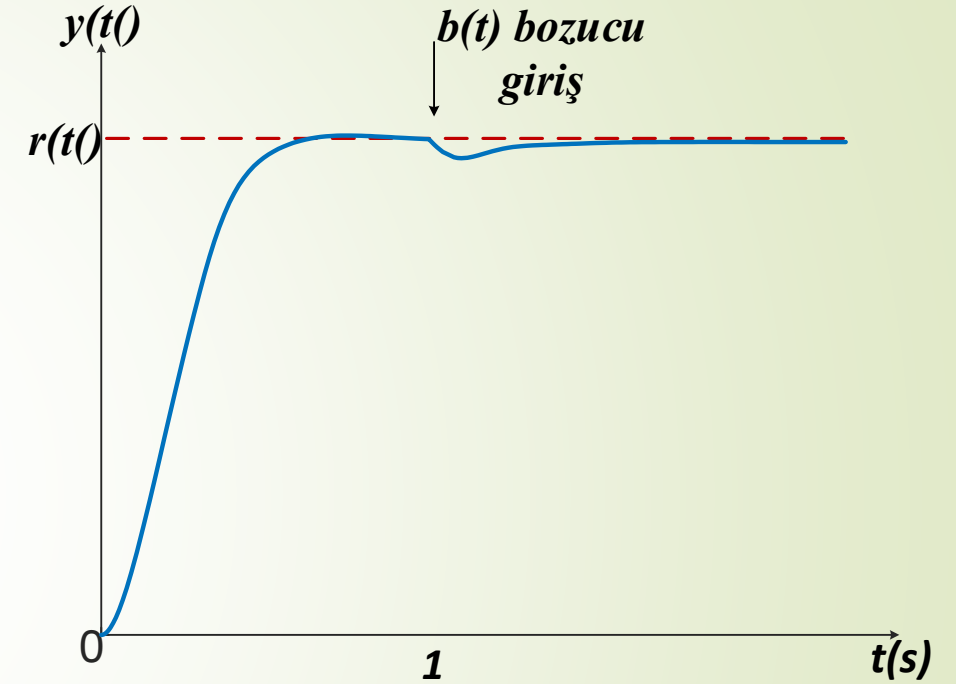
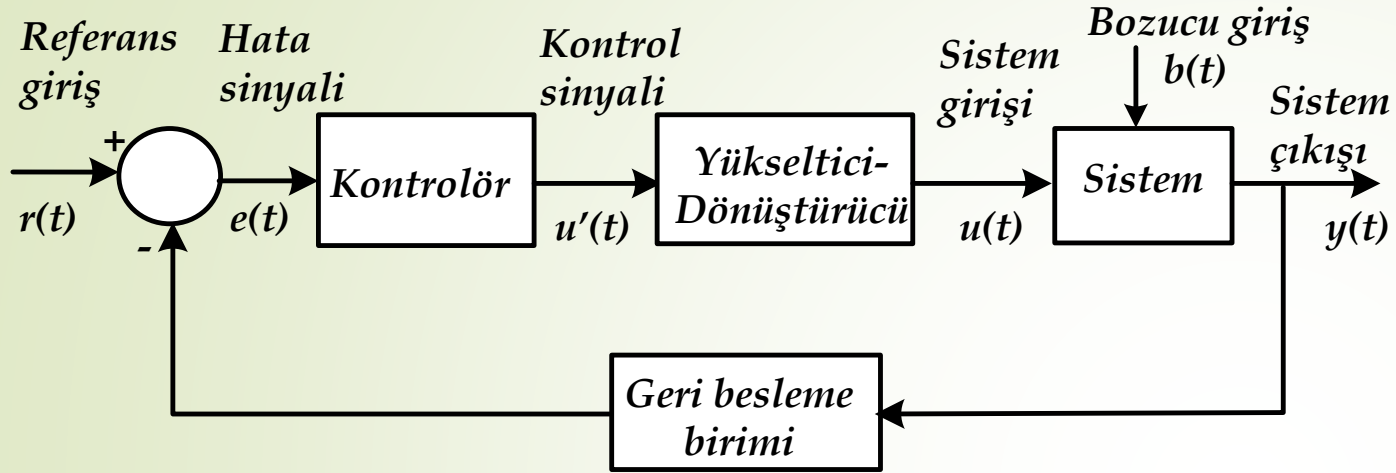
Şekil 1.8 Bir doğru akım motorunun açık çevrim hız kontrolü.



Şekil 1.9 3 fazlı bir asenkron motorun açık çevrim hız kontrolü.



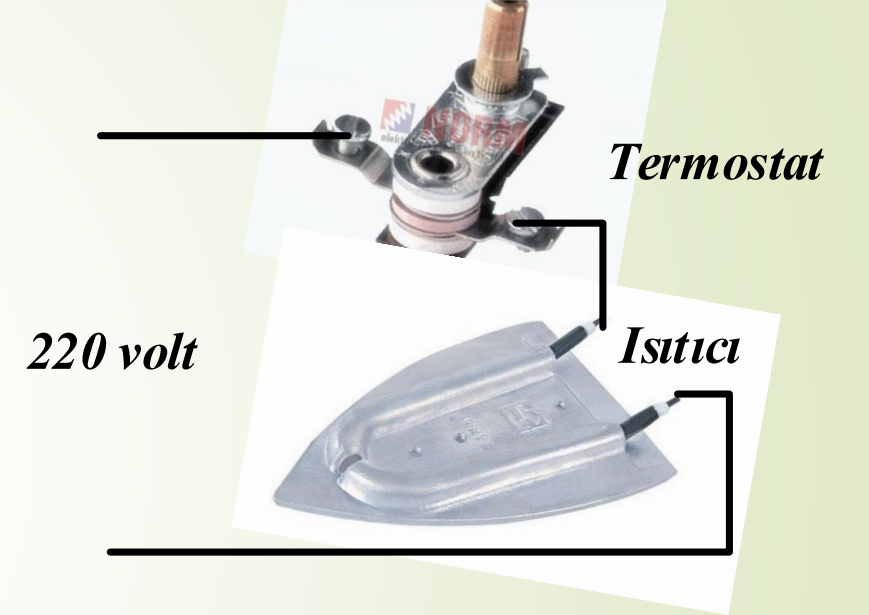
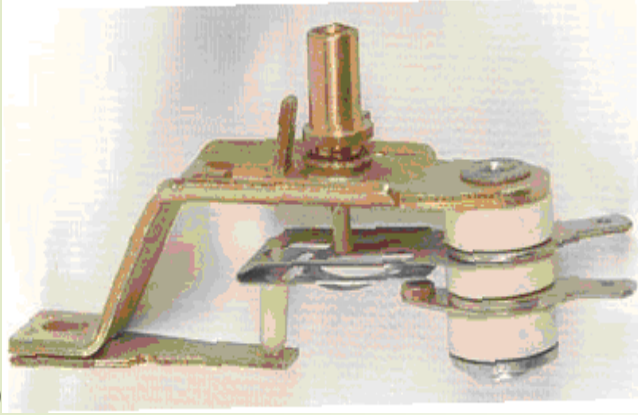
1.1.2.2 Kapalı Çevrim Kontrol Sistemi



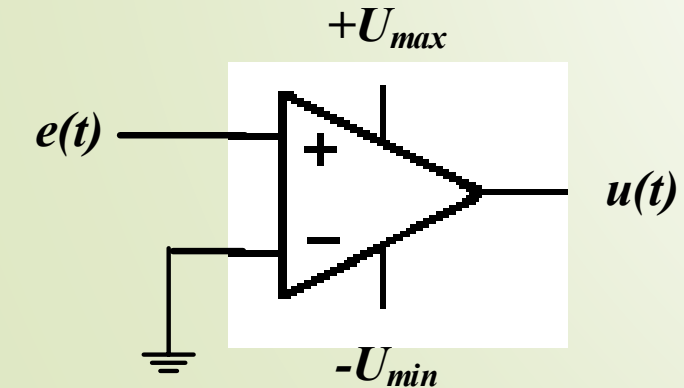
- Sistem
- Kontrolör
- Algılayıcı
- Yükseltici/Dönüştürücü

1.1.2.3 Kontrol Birimi: Kontrolörler

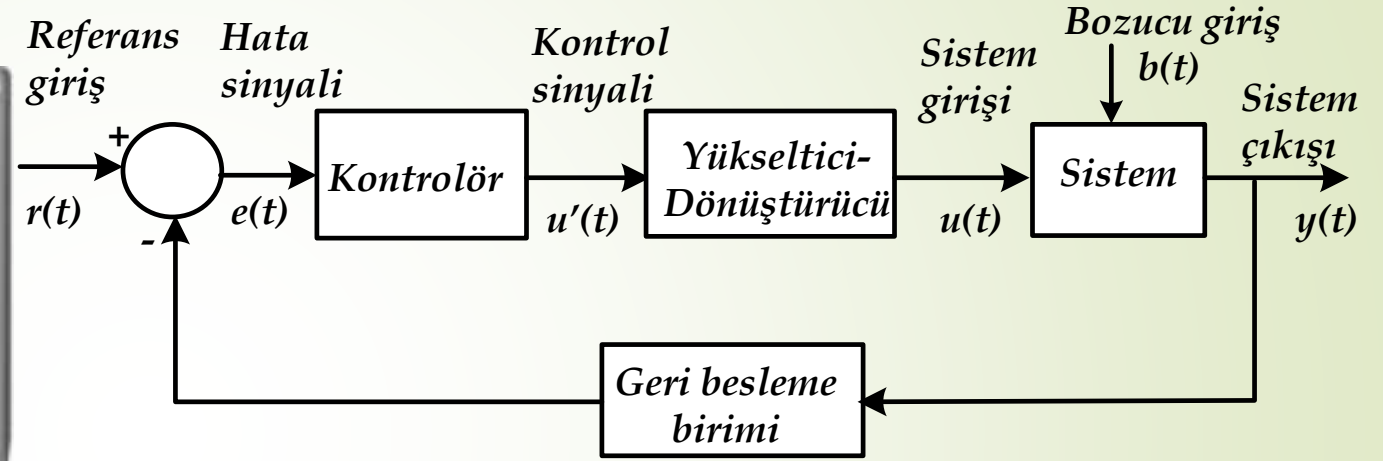
Geri beslemeli kontrol sistemleri için en basit örnekler, ısıtma-soğutma sistemlerinde kullanılan ve **aç-kapa kontrolör** olarak görev yapan termostatlı kontrol düzenekleridir.



NOT: Ütude termostat yerine karşılaştırıcı op-amp kullanılsa şema nasıl çizilebilir.



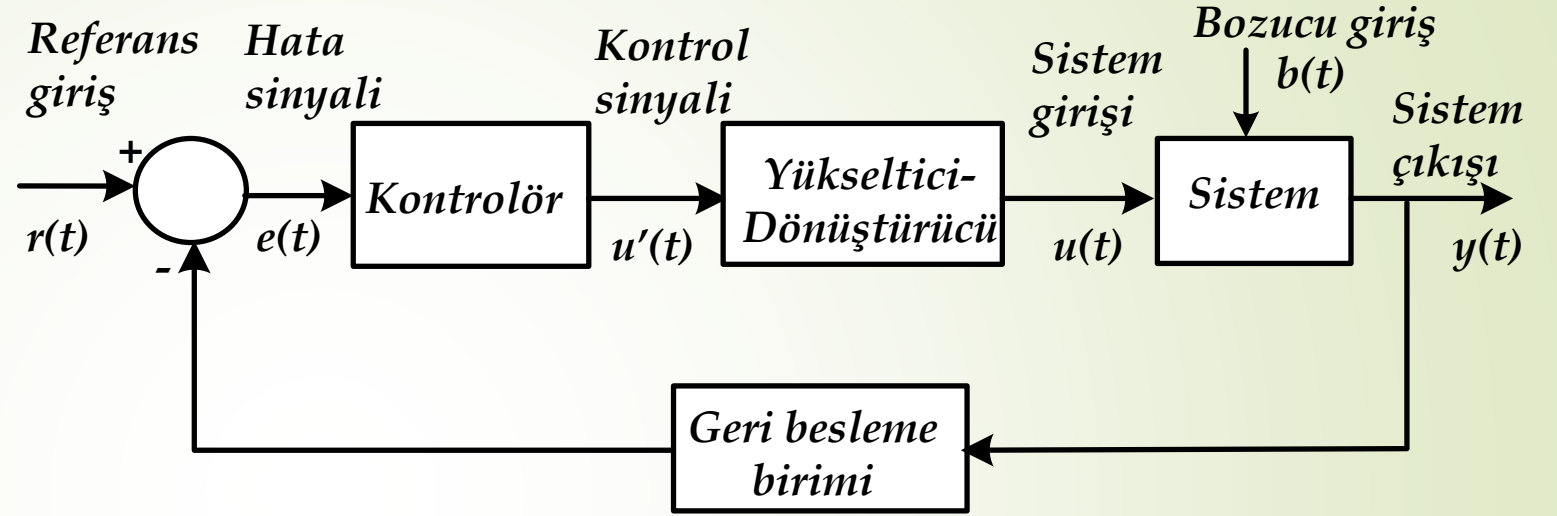
Sürekli Kontrol: Daha hassas kontrol gerektiren endüstriyel sistemlerin kapalı çevrim kontrolü, aç-kapa kontrolörler yerine $e(t)$ hata sinyalinin değerine bağlı olarak **sürekli (değeri sürekli değişen)** bir $u(t)$ kontrol sinyali hesaplayan kontrolörler ile gerçekleştirilir.



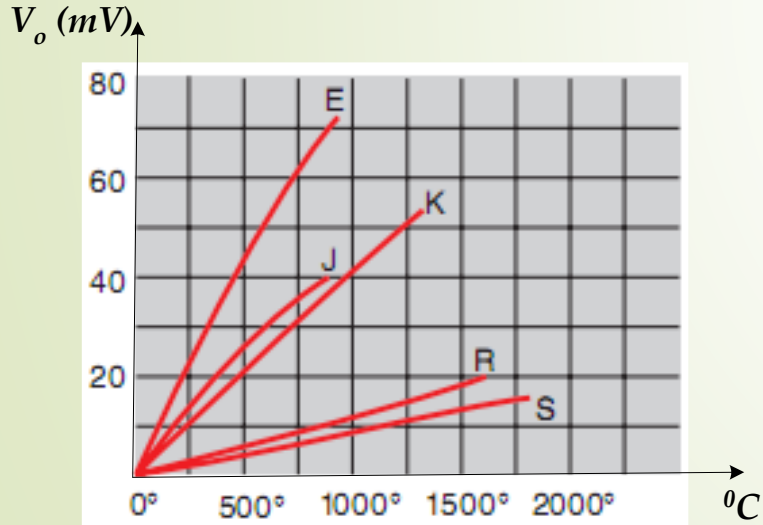
**PID (Oransal-Integral-Türev)
Kontrolörler,
Op-amplar ile de
gerçekleştirilebilir.**

Şekil 1.11 Mikroişlemci esaslı bir PID kontrolör. (Honeywell)

1.1.2.4 Kapalı çevrim kontrol sistemlerinde Geri Besleme Birimi: **Algılayıcılar**

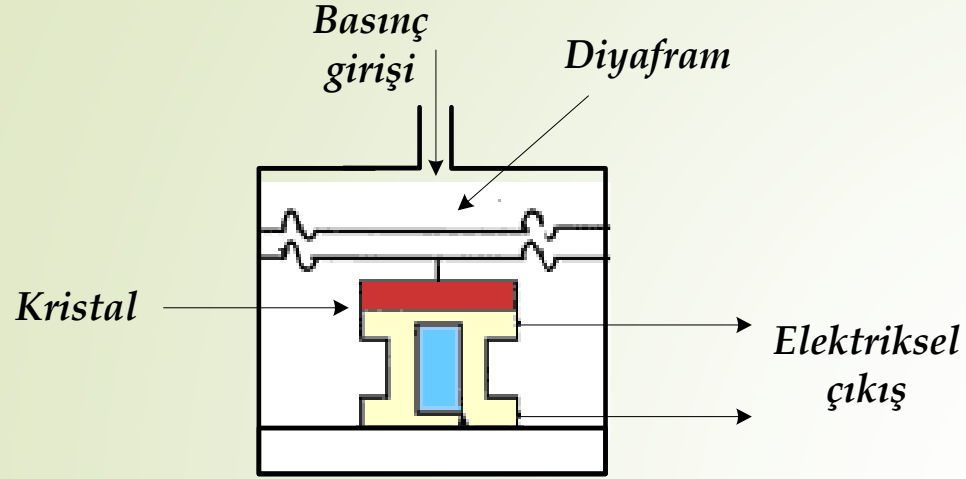


Sıcaklık Algılayıcılar



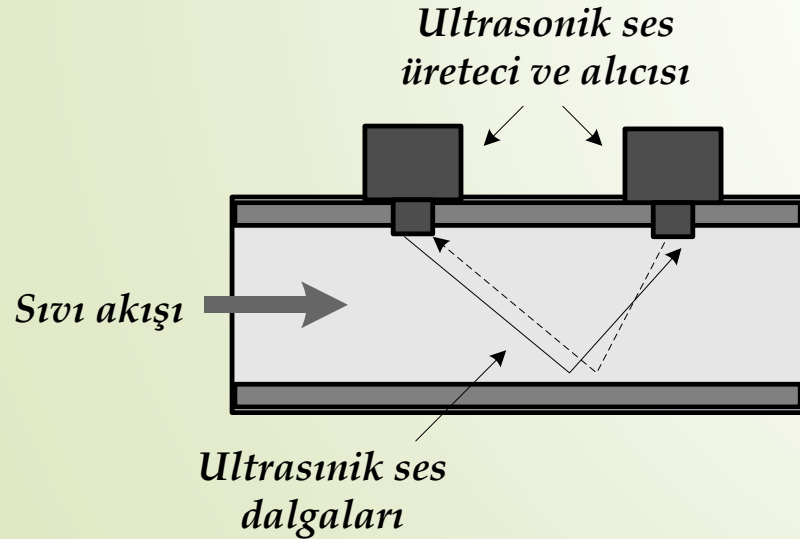
Şekil 1.12 a-) Termokuplenin çalışma esası b-) Bir sıcaklık-nem algılayıcı

Piezoelektrik Algılayıcılar



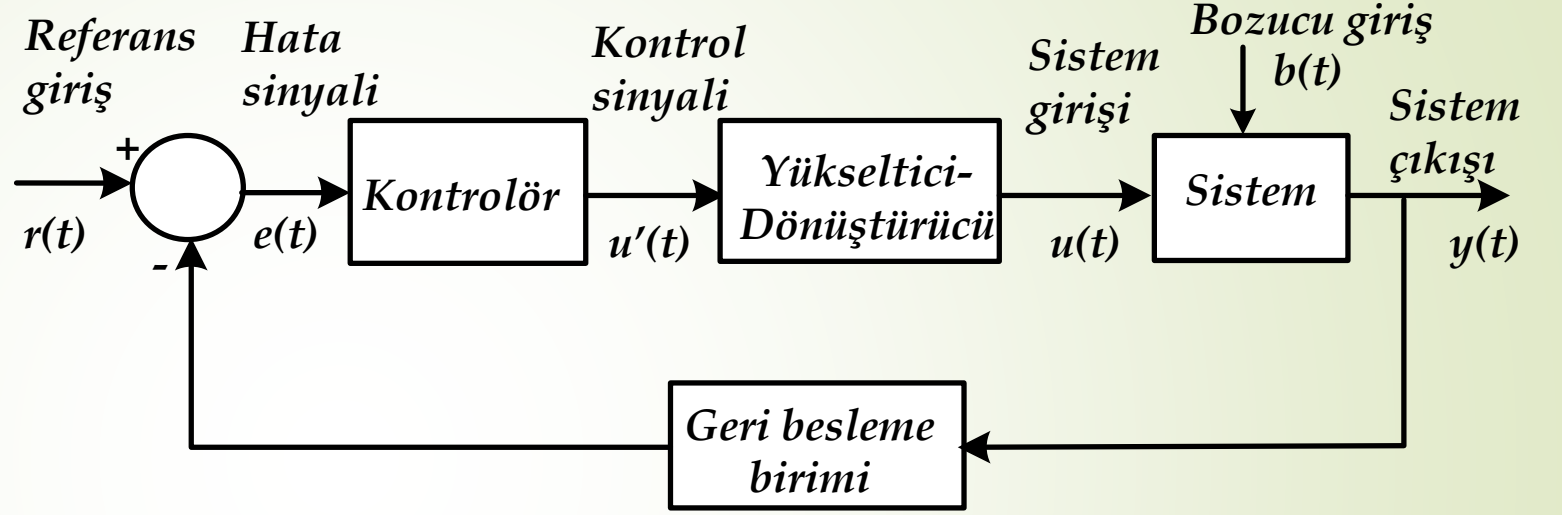
Şekil 1.13 a-) Piezoelektrik algılayıcının esası b-) Bir basınç algılayıcı

Ultrasonik Algılayıcılar

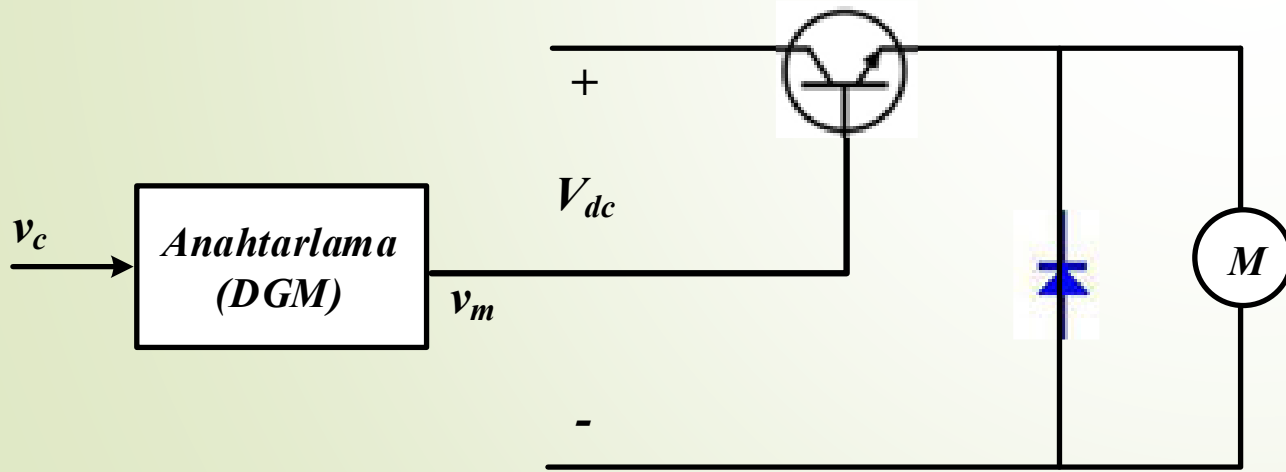


Şekil 1.14 a-) Ultrasonik akış algılayıcının esası b-) bir akış algılayıcı (endress-hauser)

1.1.2.5 Kapalı çevrim kontrol sistemlerinde Yükseltici-Dönüştürücü Birimi ya da aktüatörler

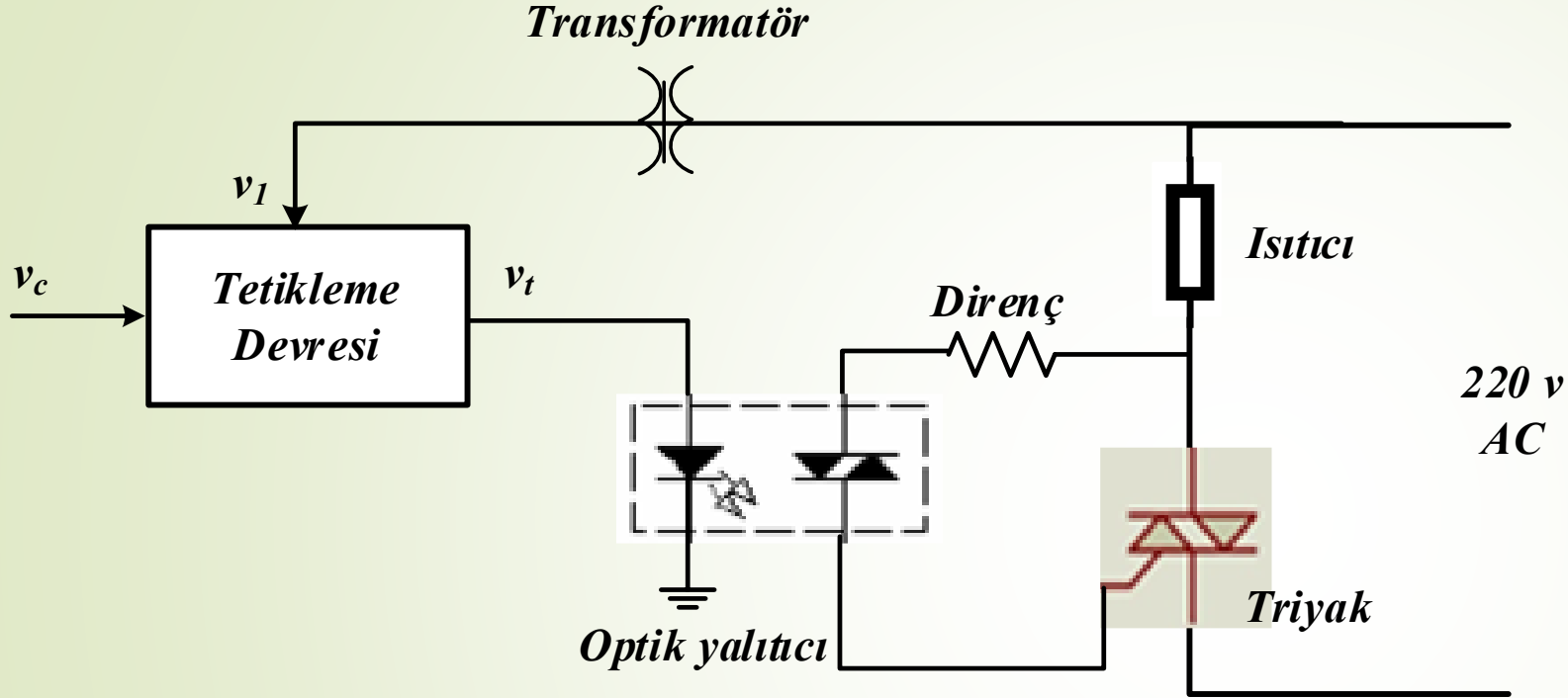


DC Gerilim Ayarı



Şekil 1.19 Bir doğru akım motorunun gerilim ayarı için DC kıyıcı.

AC Gerilim Ayarı



Şekil 1.23 Triyak kontrollü AC gerilimle bir elektrikli ısıtıcının sıcaklık kontrolü.

Eğer kontrol edilecek sistemin girişı basınç, sıvı akışı, hareket vs. gibi farklı türden bir fiziksel büyüklük ise zayıf güçlü elektriksel kontrol sinyali ile bu büyüklükleri ayarlayan bir **dönüştürücü cihaz (aktüatör)** ile sistem girişinin ayarlanması gereklidir.

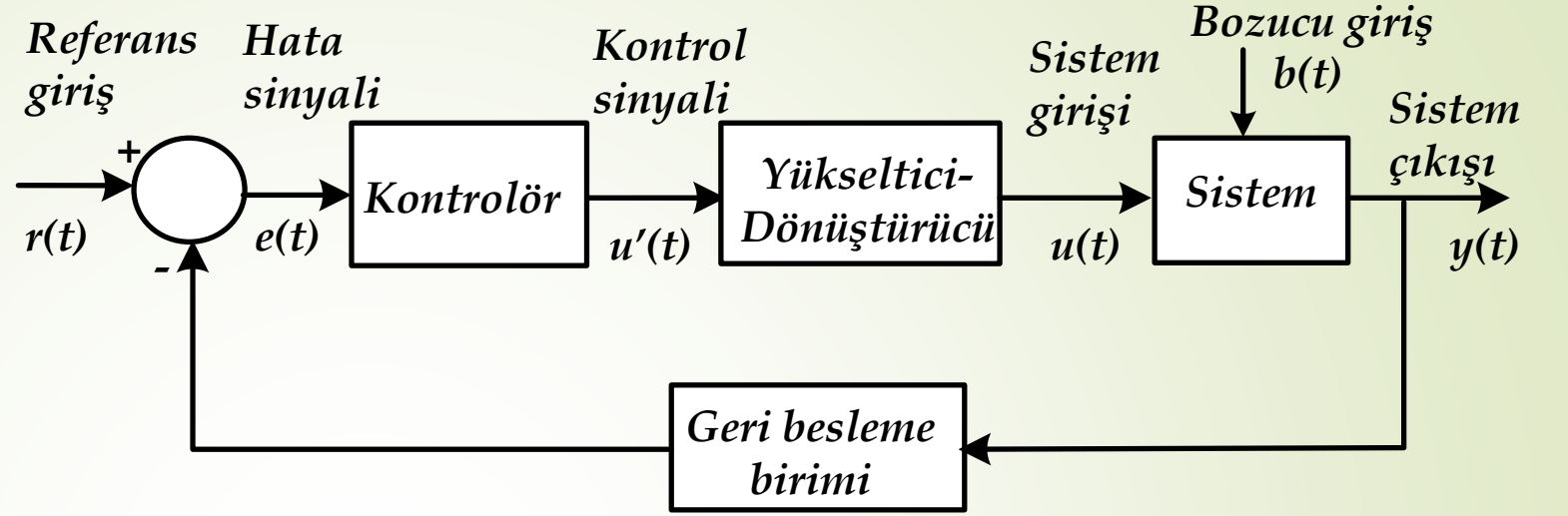
Valfler: Selenoid ve oransal kontrol valfleri

Valflerin açma-kapama mekanizmaları:

- Elektrik enerjisi ile bir nüvenin manyetik olarak çekilip-bırakılması,
- Elektrik motorları aracılığıyla,
- Elektrik enerjisi yardımıyla değeri ayarlanabilen basıncın, nüveyi açma-kapama kuvveti, ile sağlanabilir.



Doğrusal aktüatörler

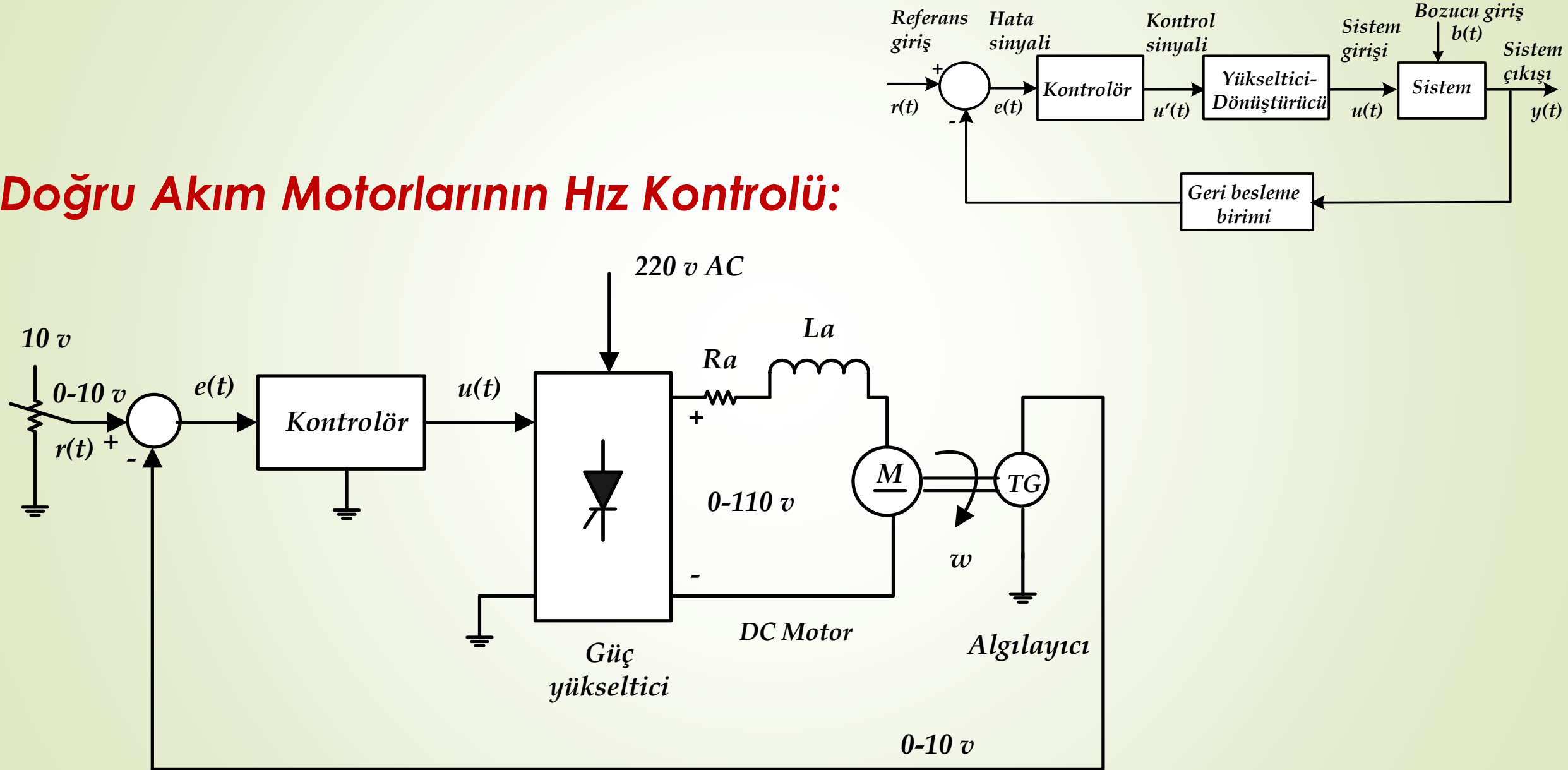


Doğrusal bir aktüatör (Gimson Robotics)

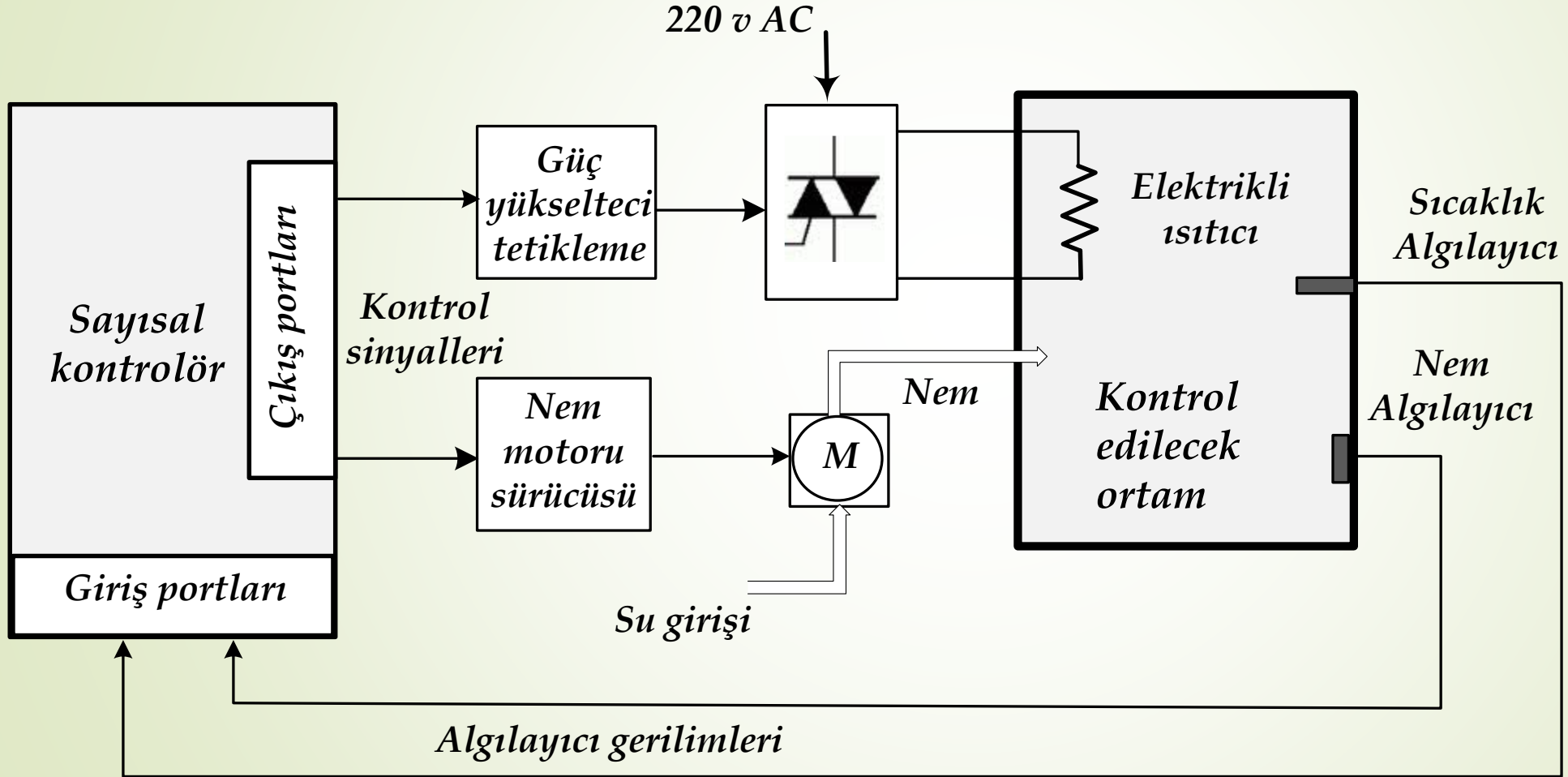


1.1.3 Otomatik Kontrol Sistemi Örnekleri

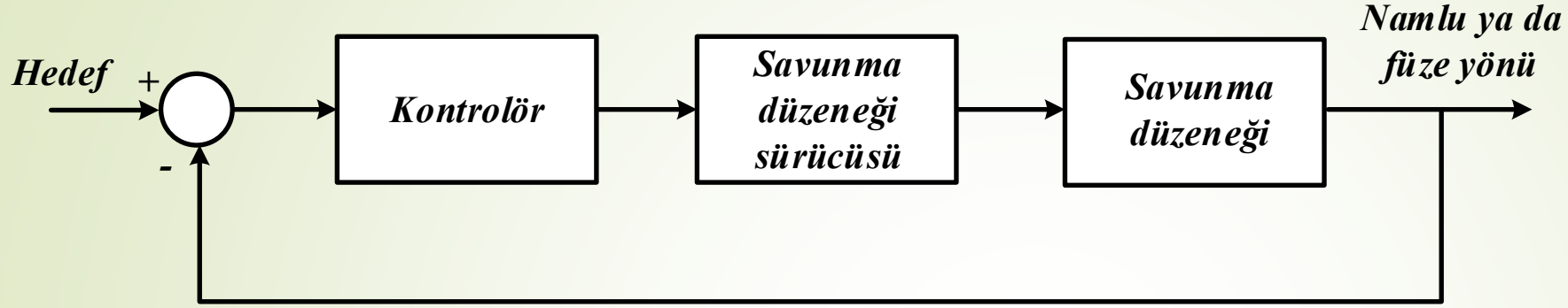
Doğru Akım Motorlarının Hız Kontrolü:



Sıcaklık ve Nem Kontrolü:



Otomatik yönlendirmeli ya da güdümlü savunma sistemleri.

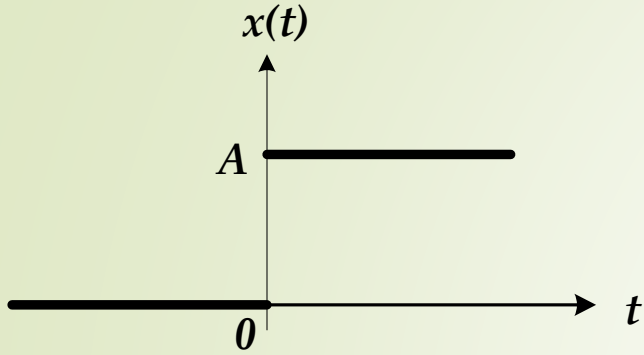


Robot Kolları

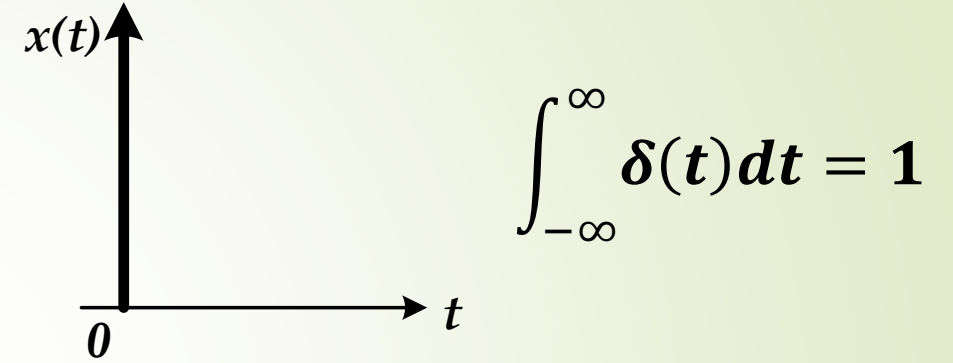


1.2 Sistemlerin Karakteristikleri ve Sınıflandırılması

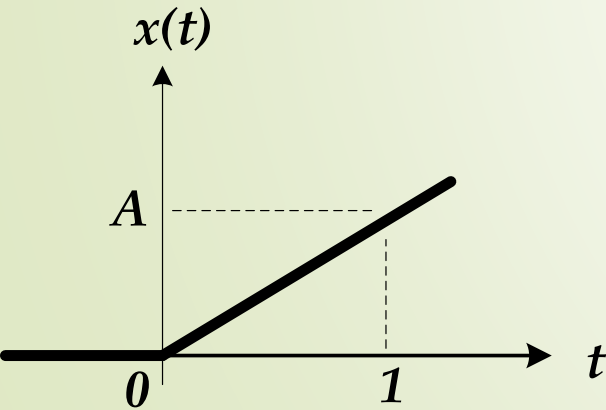
1.2.1 Temel Test Sinyalleri



Şekil 1.21 Basamak



Şekil 1.23 İmpuls



Şekil 1.22 Rampa

İmpulse'ın örnekleme özelliği

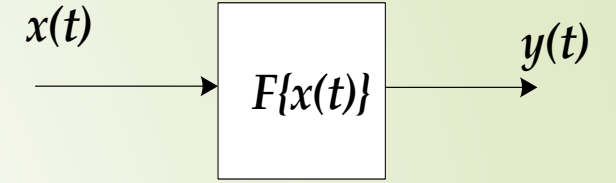
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t) dt = f(0)$$

Sistemlerin Cevabını Bulma:

Örnek 1.1 Aşağıda verilen sistemlerin belirtilen girişler için cevaplarını bulunuz.

a-) **birim rampa cevabını** bulunuz.

$$y(t) = e^{-2t} x(t)$$



b-) **birim basamak cevabını** bulunuz.

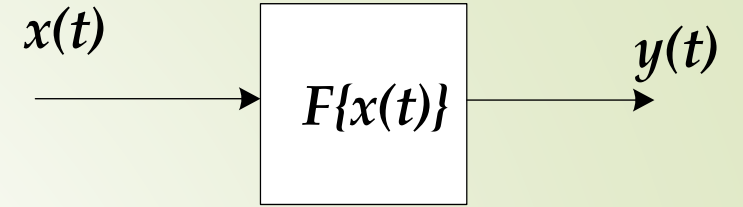
$$y(t) = 2 \frac{dx(t)}{dt}$$

c-) **birim impuls cevabını** bulunuz.

$$y(t) = \int_0^t 10x(t) dt$$

1.2.2 Sistemlerin Sınıflandırılması

- *Dinamik ve Statik Sistemler*
- *Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Sistemler*
- *Zamanla Değişen ve Zamanla Değişmeyen Sistemler*



$$y(t) = 2tx(t)$$

$$y(t) = 2x(t) + 1$$

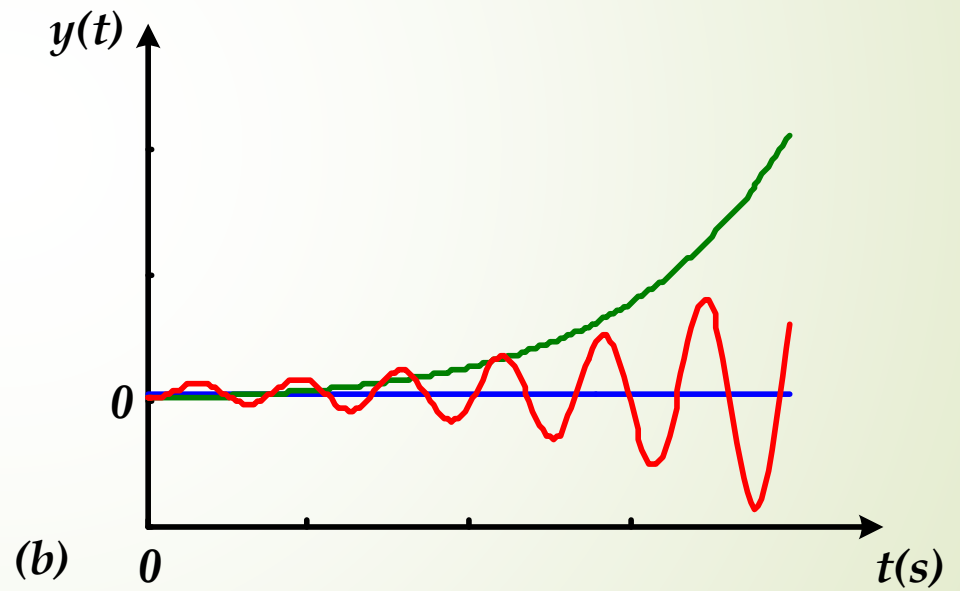
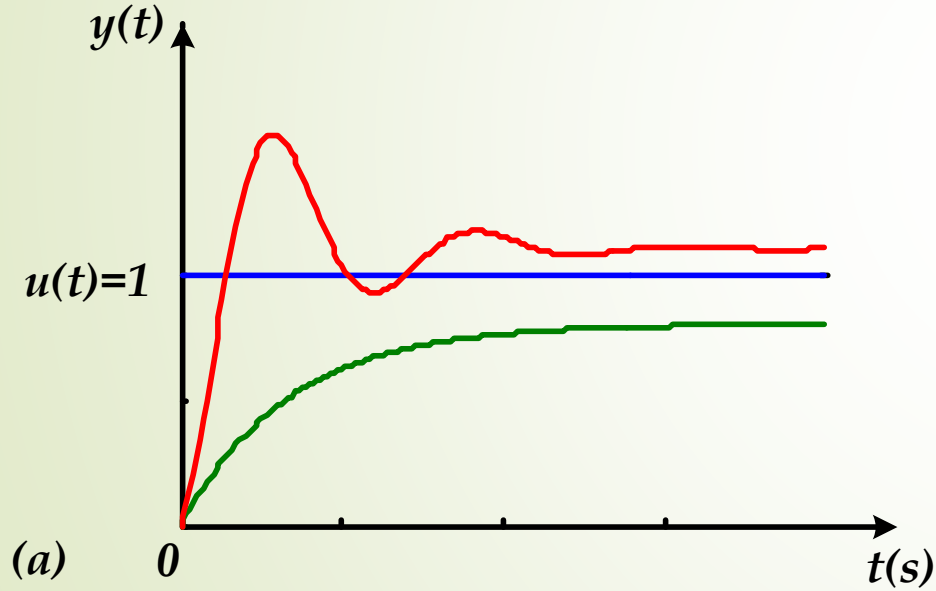
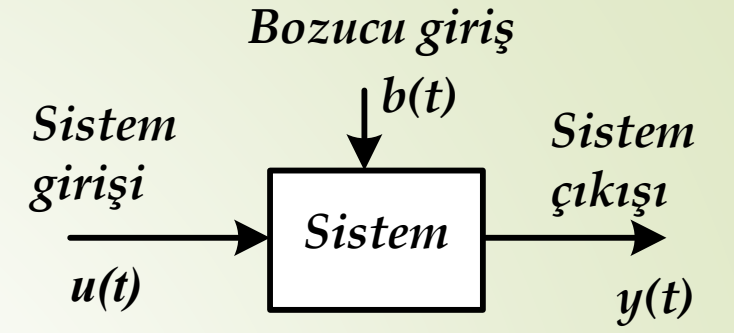
$$y(t) = \cos(\omega t)x(t)$$

$$y(t) = \int_0^t x(t)dt$$

$$y(t) = 2 \frac{dx(t)}{dt}$$

Kararlılık

Sınırlı giriş-sınırlı çıkış (SGSÇ) kararlılığı



Şekil 1.25 (a) Kararlı ve (b) kararsız sistemlerin birim basamak davranışları

Örnek 1.6 Aşağıda verilen sistemlerin kararlı olup olmadıklarını belirleyiniz.

$$y(t) = e^{-2t} x(t)$$

$$y(t) = x^2(t)$$

$$y(t) = \int_0^t 10x(t) dt$$

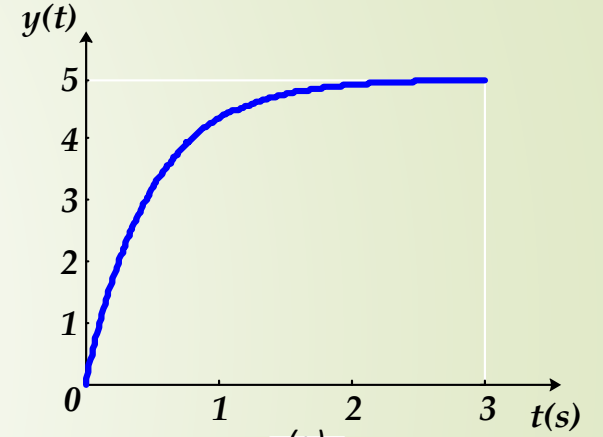
$$y(t) = \frac{d}{dt} x(t)$$

1.2.3 Doğrusal ve Zamanla Değişmeyen Dinamik Sistemler

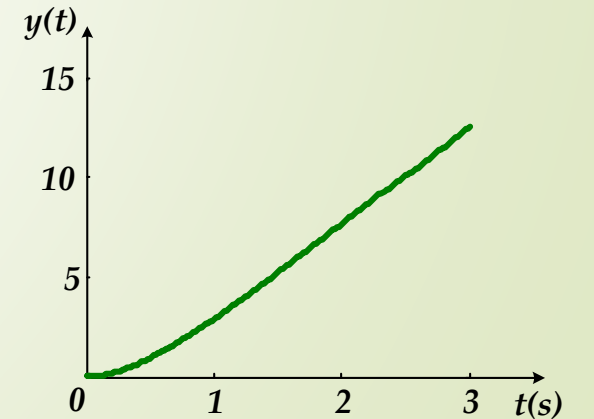
Sabit katsayılı diferansiyel denklemler: Birinci dereceden

Örnek 1.7 a-) birim basamak ve b-) birim rampa cevabını bulunuz.
Başlangıç koşulları sıfır.

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 10x(t)$$



(a)

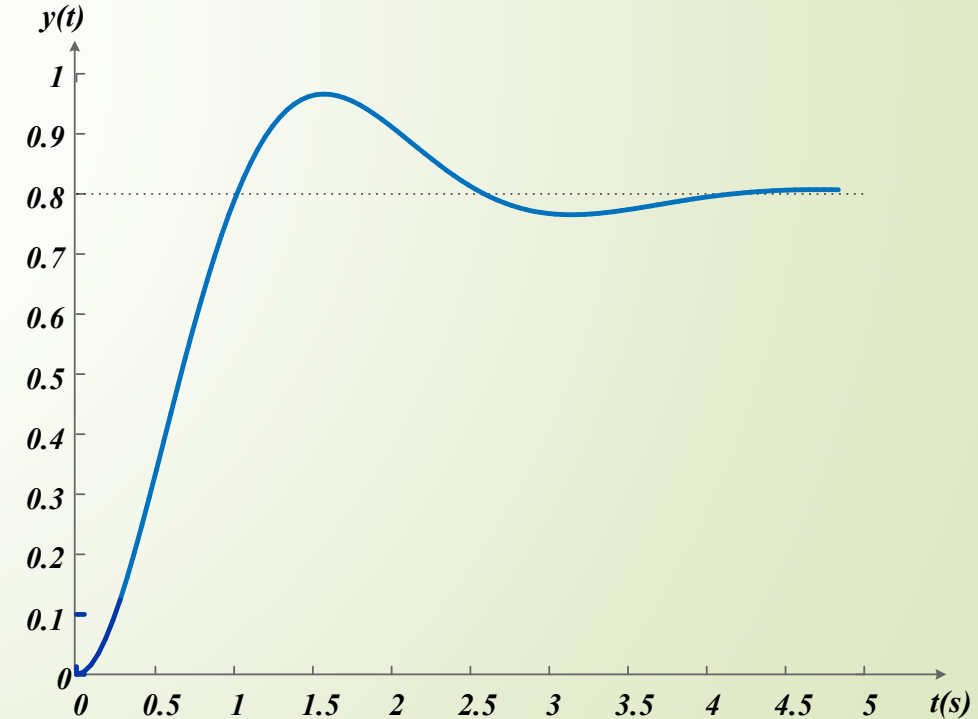


(b)

Sabit katsayılı diferansiyel denklemler: İkinci dereceden

Örnek 1.8 Aşağıda verilen ikinci dereceden doğrusal ve zamanla değişmeyen dinamik sistemin birim basamak cevabını bulunuz. Başlangıç koşulları sıfırdır.

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = 4x(t)$$

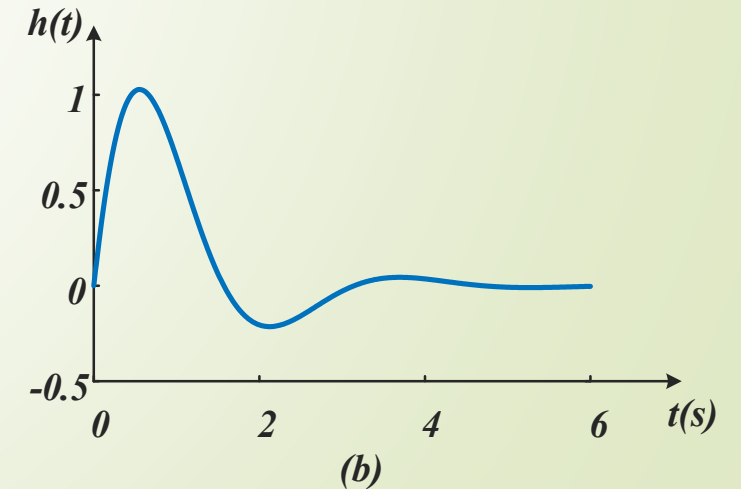
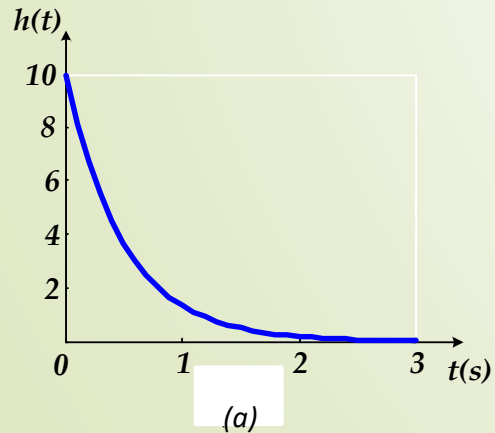


İmpuls Giriş:

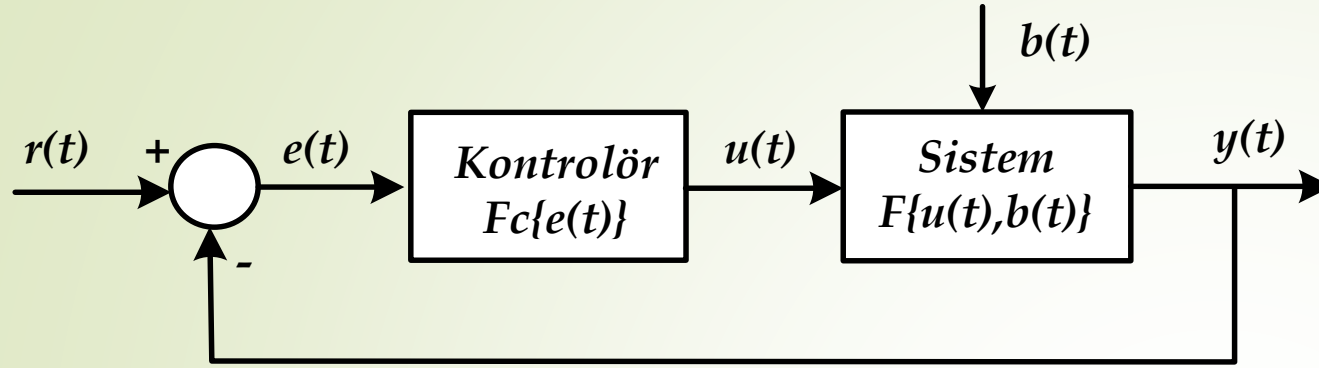
Örnek 1.9 Aşağıda verilen doğrusal ve zamanla değişmeyen dinamik sistemlerin birim impuls yani $x(t) = \delta(t)$ için cevaplarını bulunuz. Başlangıç koşulları sıfırdır.

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 10x(t)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = 4x(t)$$



1.3 Kontrol Kriterleri



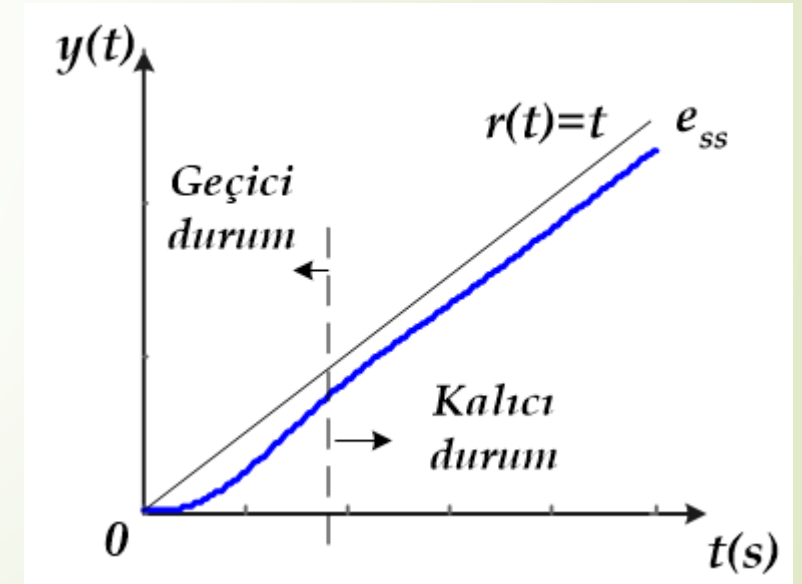
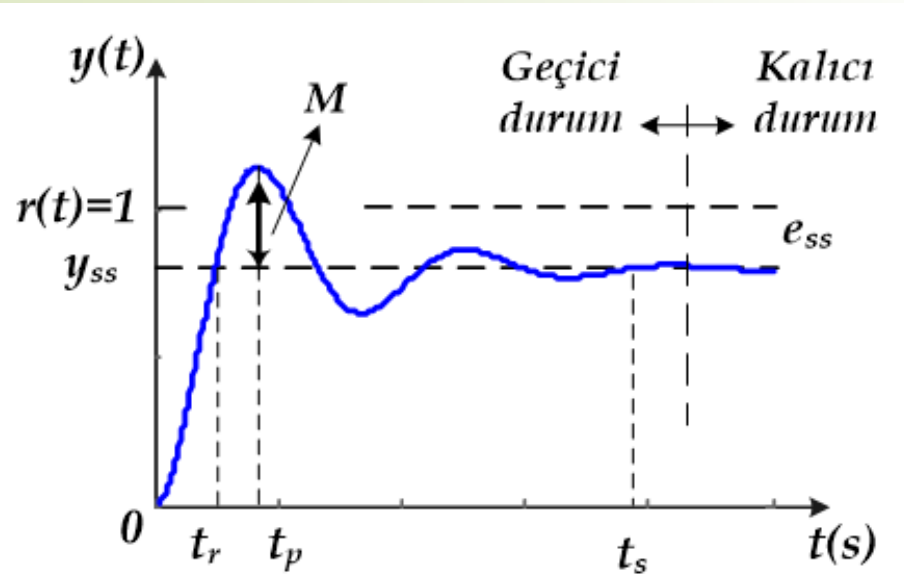
Kapalı çevrim kararlılığı

Yükselme süresi (t_r),

Maksimum aşma (M), %M

Yerleşme süresi (t_s)

Kalıcı durum hatası



Şekil 1.27 a-) Basamak cevabı üzerinden geçici ve sürekli durum kriterleri
b-) Rampa cevabı ve kalıcı durum hatası.

Bölüm 2: Kontrol Sistemlerinin Matematiksel Temelleri

Laplace Dönüşümü: Kısa hatırlatmalar

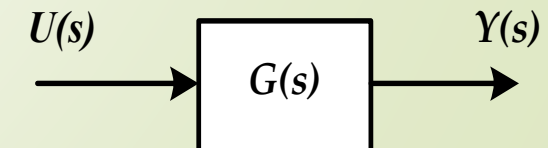
Bölüm 2: Kontrol Sistemlerinin Matematiksel Temelleri

2.1 Transfer Fonksiyonu:?

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 u(t) \quad m \leq n$$

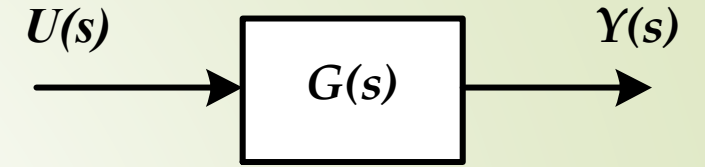


$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad m \leq n$$



Örnek 2.1 Diferansiyel denklemini verilen ikinci dereceden sistemin transfer fonksiyonunu bulunuz.

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = 4 \frac{du(t)}{dt} + 5u(t)$$

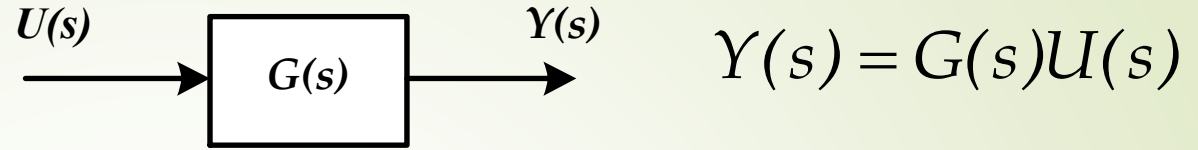


Transfer fonksiyonu verilen sistemin diferansiyel denklemini bulunuz.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s}{(s+2)(s+3)}$$

2.1.1 Transfer Fonksiyonu ve Sistem Karakteristikleri

1. Sistemin cevabını belirleme



Örnek 2.2 Transfer fonksiyonu verilen birinci dereceden sistemin,

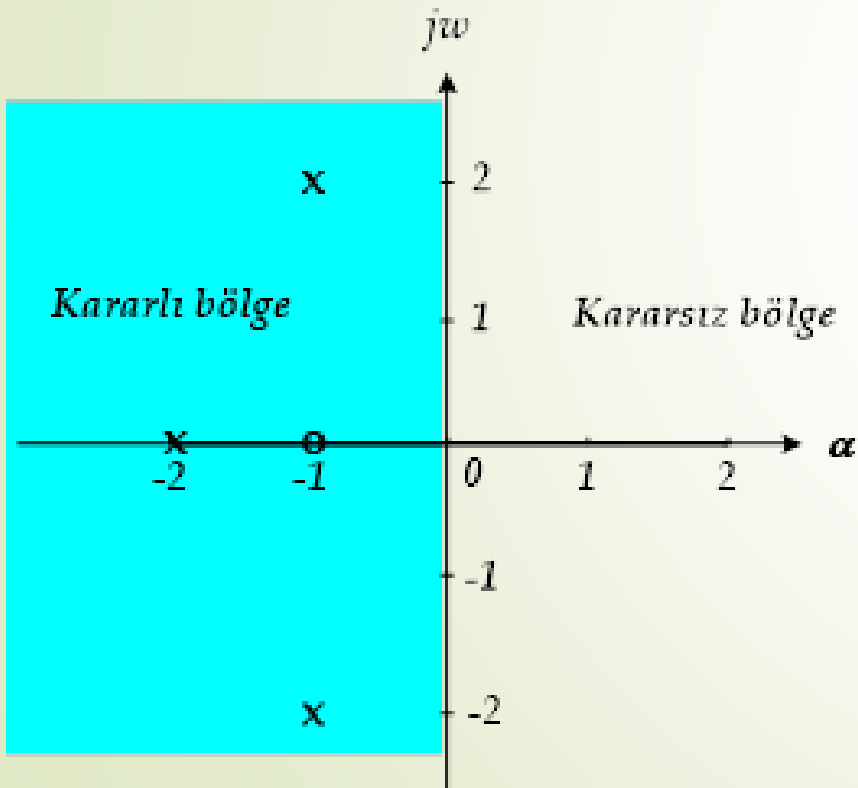
a-) Birim impuls **b-)** Birim basamak cevabını bulunuz.

$$G(s) = \frac{1}{s+2}$$

2. Sistemin kutupları, sıfırları ve karakteristik denklem

ve Kararlılık: SGSÇ, Asimptotik ve Marjinal kararlılık

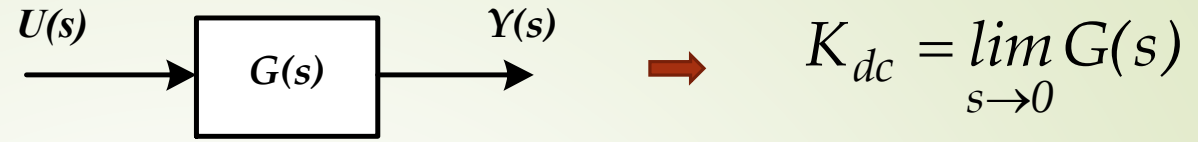
$$G(s) = \frac{K(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)}$$



Örnek 2.3.a Transfer fonksiyonu verilen sistemlerin kutup ve sıfırlarını s -düzleminde göstererek kararlı olup olmadığını belirleyiniz.

$$\mathbf{a-)} \quad G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad \mathbf{b-)} \quad G(s) = \frac{s}{s^2 + 4} \quad \mathbf{c-)} \quad G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s^2 + 2s + 5)}$$

4. Kalıcı durum kazancı



Örnek : Transfer fonksiyonu verilen ikinci dereceden sistemin,

a-) Kararlı olup olmadığını belirleyiniz.

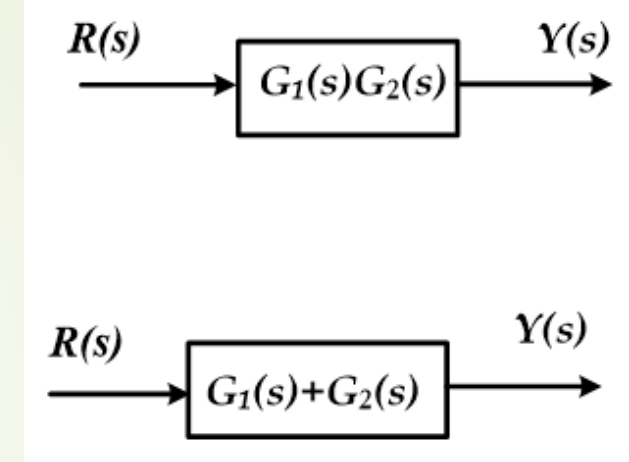
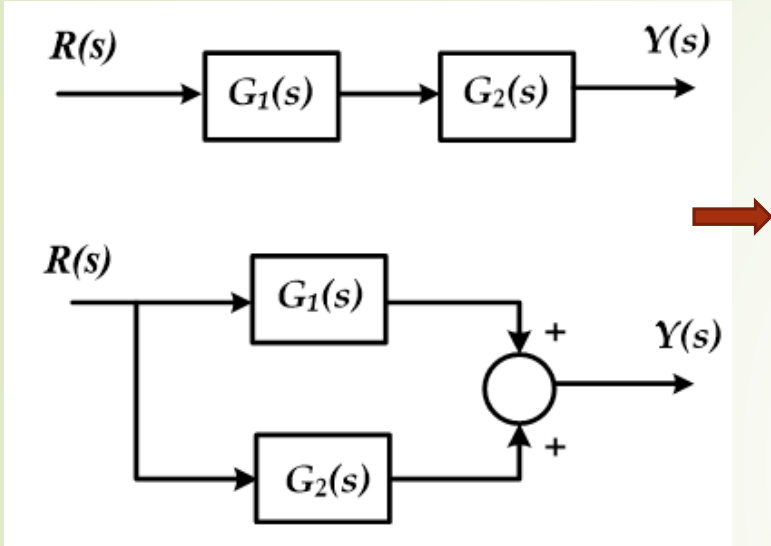
b-) Birim basamak cevabını bularak grafiğini çiziniz.

c-) Kalıcı durum kazancını bulunuz.

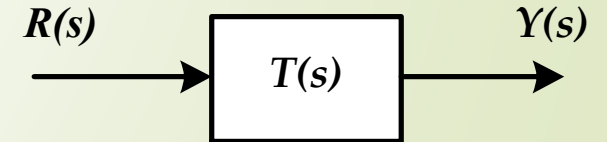
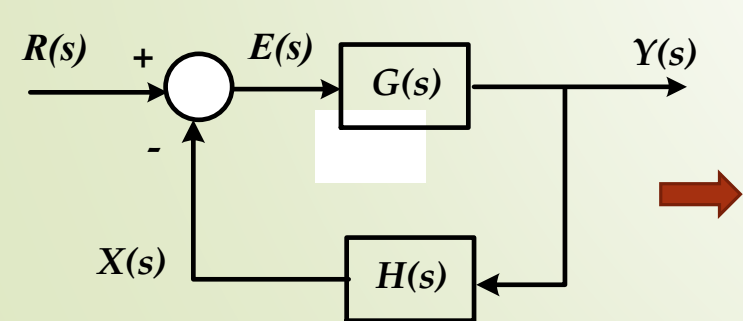
$$G(s) = \frac{2.5(s + 2)}{s^2 + 2s + 5}$$

2.2 Blok Şemalar

Seri ve paralel bağlı bloklar



Kapalı çevrim (geri beslemeli) blok şema



$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Örnek 2.5 Şekilde verilen blok şemada, ileri besleme ve geri besleme yönündeki elemanların transfer fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

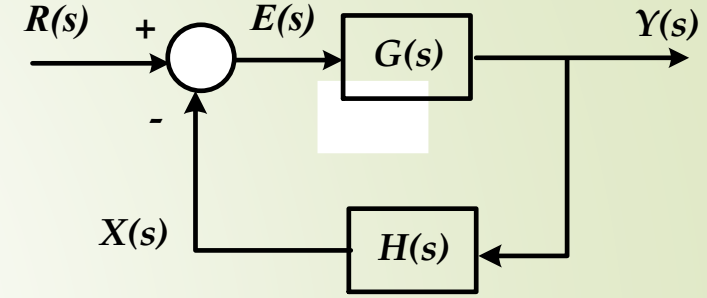
a-) Sistemlerin bireysel olarak ya da açık çevrim kararlı olup olmadığını belirleyiniz.

b-) Kapalı çevrim sistemin kararlı olup olmadığını belirleyiniz.

c-) Kapalı çevrim sistemin kalıcı durum kazancını bulunuz.

d-) Kapalı çevrim sistemin birim basamak cevabını bularak grafiğini çizin.

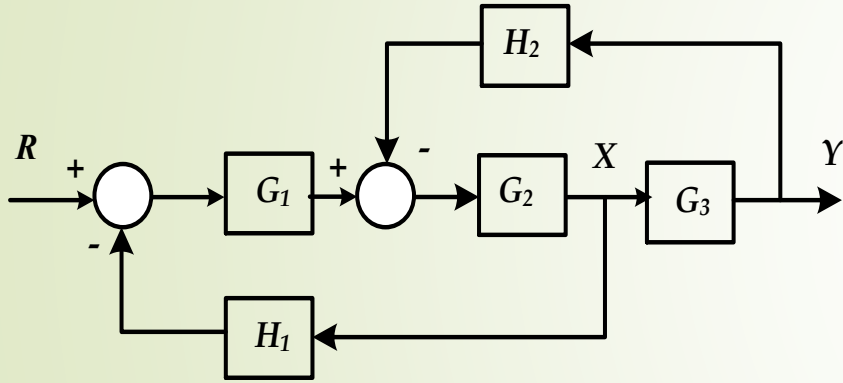
$$G(s) = \frac{6}{s-1} , \quad H(s) = \frac{1}{s+4}$$



2.2.1 Blok Şemaların Sadeleştirilmesi

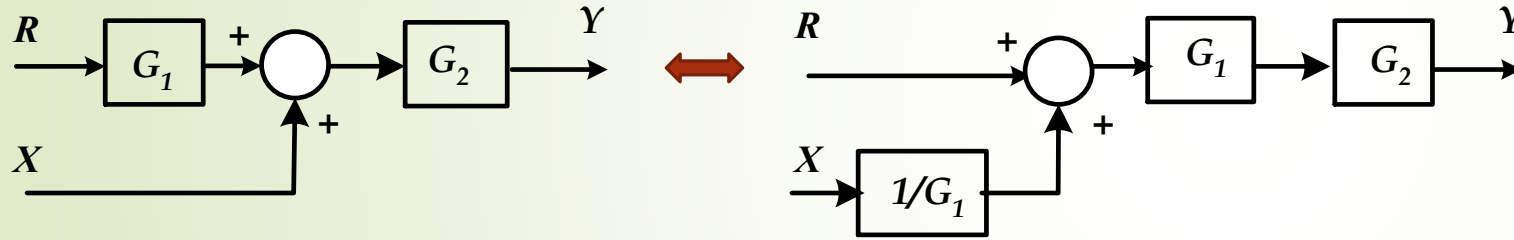
1. Karmaşık bloğun çeşitli ara sinyal eşitlikleri yazılarak ve sonra da eşitliklerden ara sinyaller yok edilerek eşdeğer blok bulunabilir.

Örnek 2.6 Şekilde verilen blok şemanın, ara sinyal eşitliklerini yazıp sonra da yok ederek sadeleştiriniz ve eşdeğer transfer fonksiyonunu bulunuz.

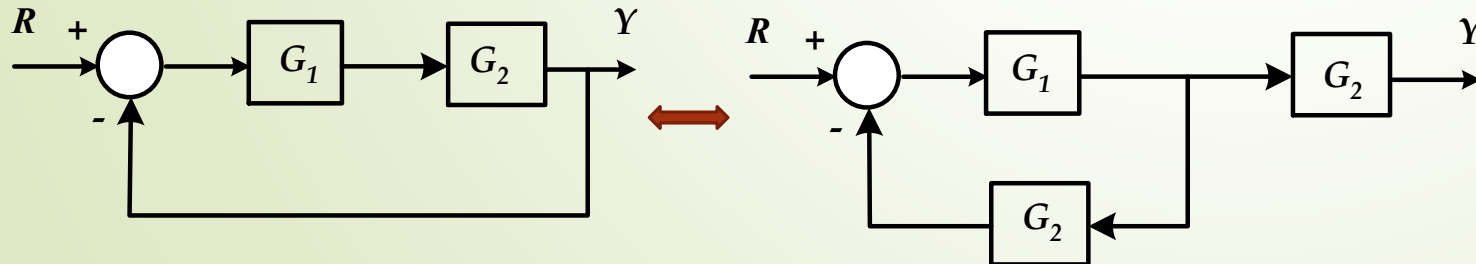


Devam: 2. Blok şemanın toplama noktasına gelen ya da ayrılma noktasından alınan sinyaller, blok eşitliğini bozmayacak şekilde bir bloğun ilerisine ya da gerisine taşınarak yukarıda açıklanan standart seri, paralel ve kapalı çevrim blok yapıları elde edilmek suretiyle sadeleştirme yapılabilir.

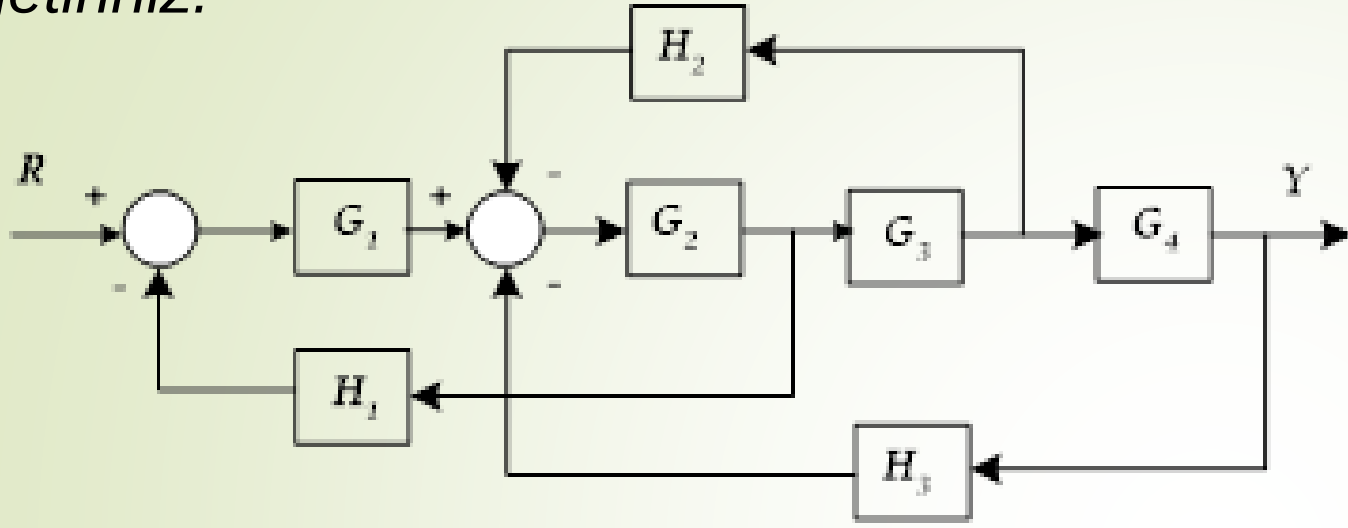
Toplama noktasına gelen bir sinyalin taşınması



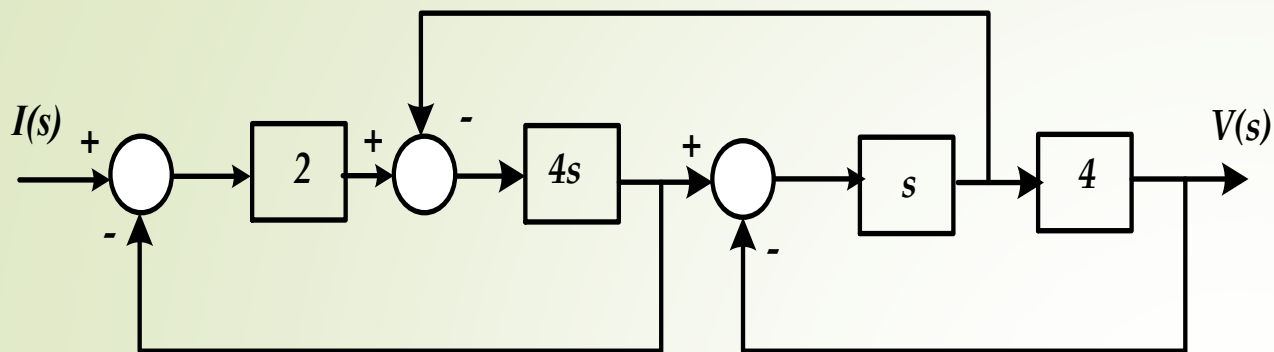
Ayrılma noktasından alınan bir sinyalin taşınması



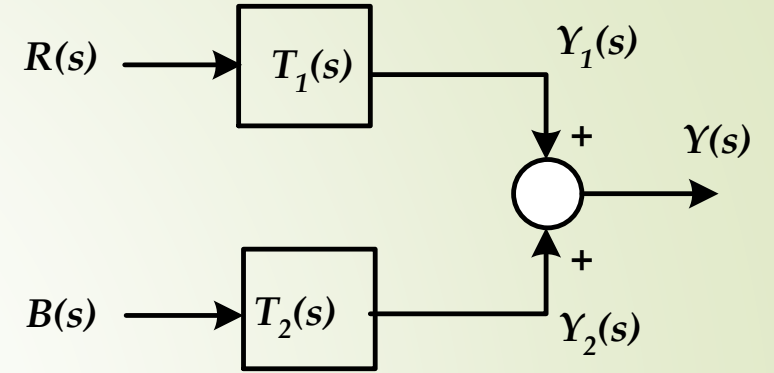
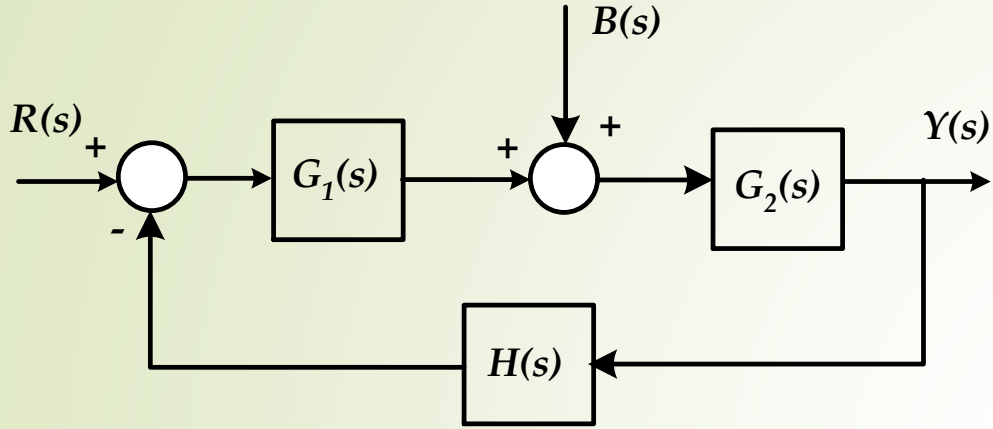
Örnek 2.7 Şekilde verilen blok şemayı sadeleştirerek eşdeğer tek bir blok haline getiriniz.



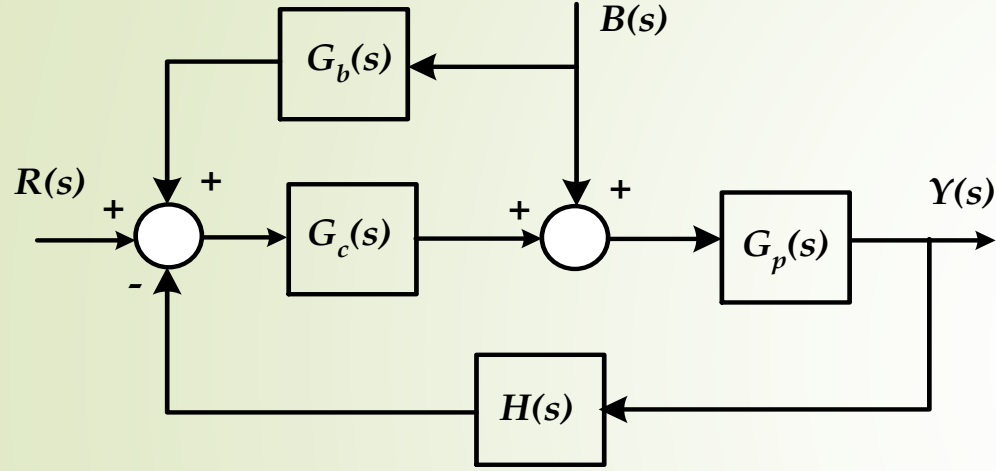
Örnek 2.8 Şekilde verilen blok şemayı sadeleştirerek sistemin transfer fonksiyonunu bulunuz.



2.2.2 Bozucu Girişli Kontrol Sistemleri



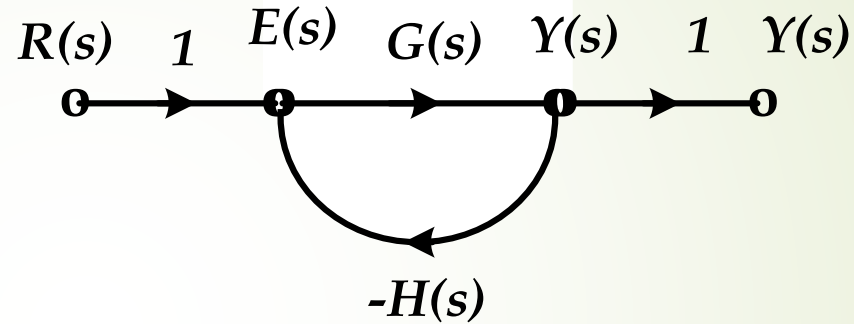
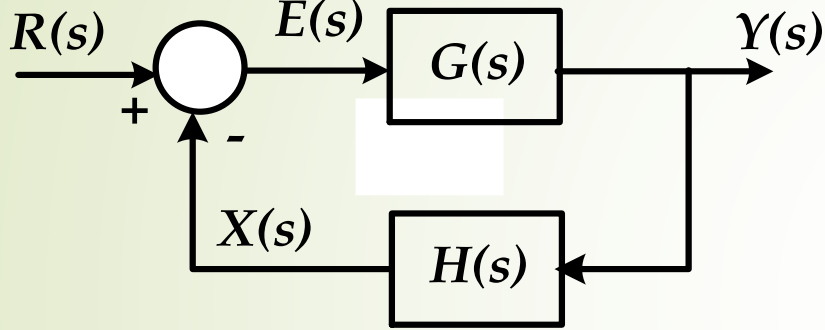
Örnek 2.9 Şekilde verilen bozucu girişli kontrol sisteminde, $G_p(s)$ in kontrol edilen sistem, $G_c(s)$ in uygun tasarlanmış bir kontrolör ve $H(s)$ in ise algılayıcı eleman olduğunu dikkate alalım. Şekilde verildiği gibi bir $G_b(s)$ bağlanırsa bozucu girişin etkisi yok edilebilir mi? Edilebilirse $G_b(s)$ ne olmalıdır?



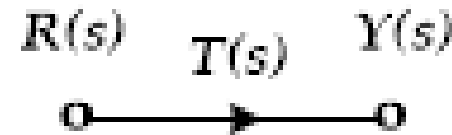
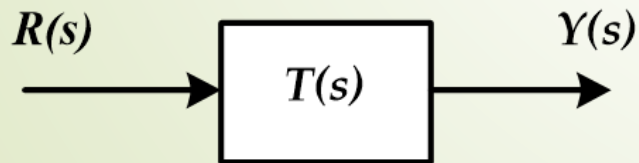
2.3 Sinyal Akış Şemaları

Kapalı çevrim kontrol sisteminin blok şeması ve sinyal akış şeması.

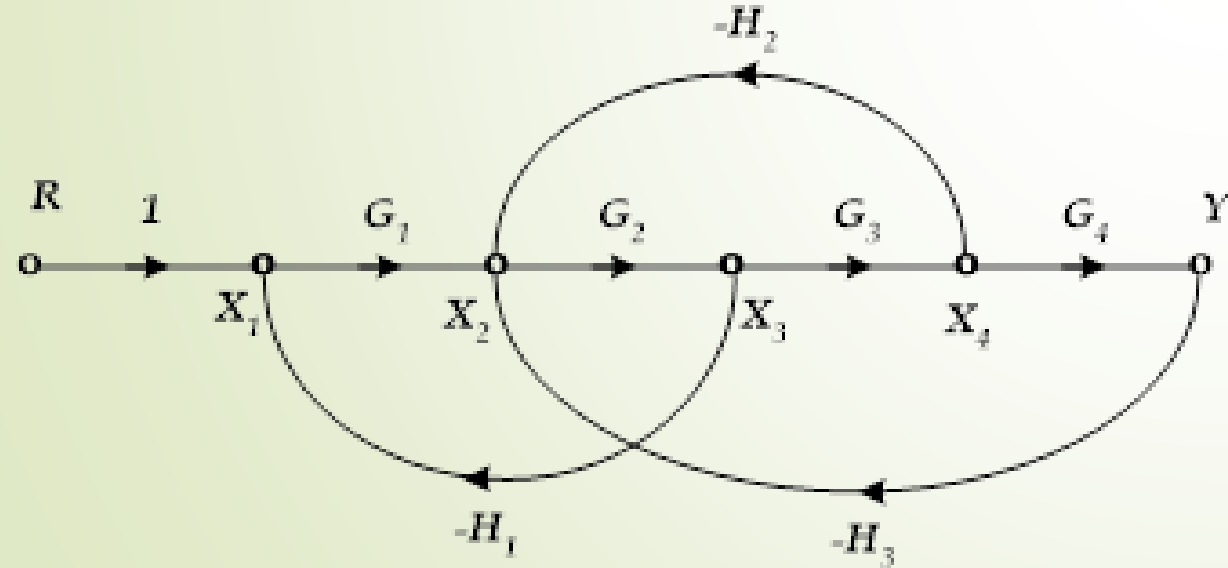
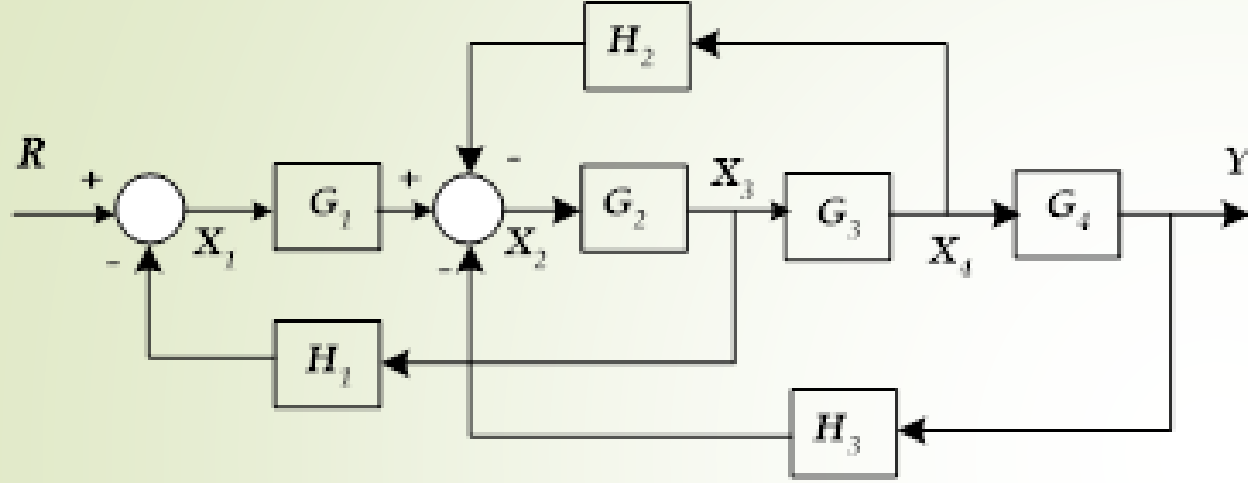
Benzerlikler, farklılıklar ?



$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$



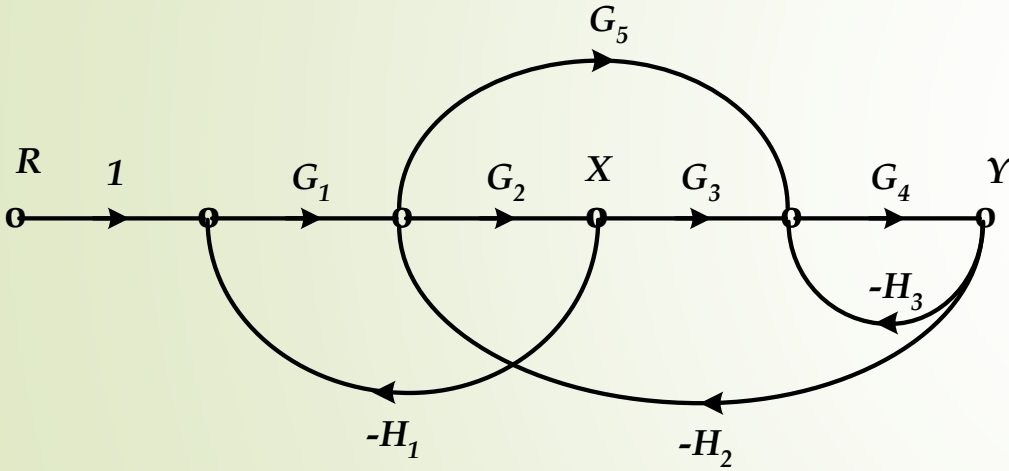
Örnek 2.11 Verilen blok şemanın sinyal akış şeması karşılığını çiziniz. Sinyal eşitliklerini yazarak şemaları sadeleştiriniz ve eşdeğer transfer fonksiyonunu bulunuz.



2.3.1 Sinyal Akış Şemalarının Sadeleştirilmesi:

Kazanç Formülü

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \sum_{k=1}^N \frac{T_k \cdot \Delta_k}{\Delta}$$



İleri besleme yolları ve yol kazançları ?

Çevrimler ve çevrim kazançları ?

Birbirine dokunmayan çevrimler ?

$\Delta = 1 - (\text{bireysel çevrimlerin çevrim kazançlarının toplamı}) + (\text{Birbirine dokunmayan ikişerli çevrimlerin kazançlarının çarpımlarının toplamı}) - (\text{Birbirine dokunmayan üçerli çevrimlerin kazançlarının çarpımlarının toplamı}) + \dots$

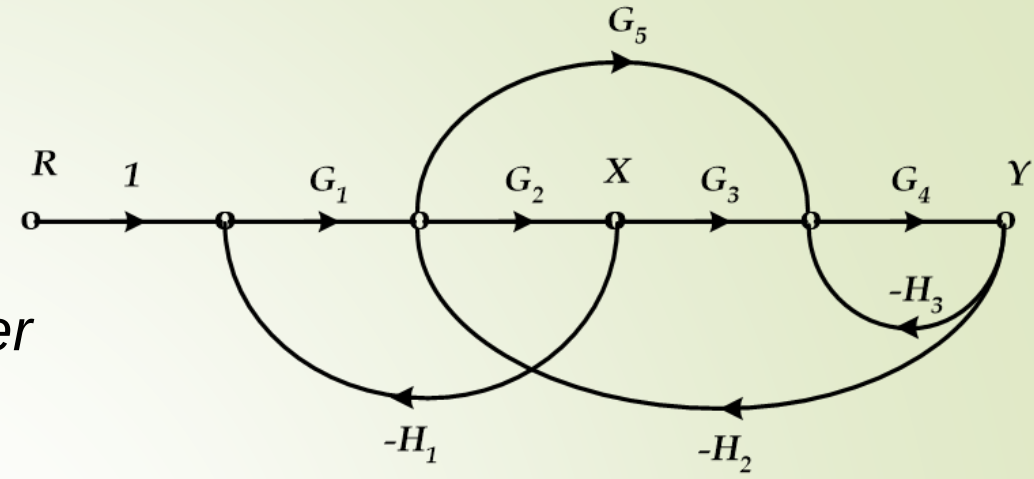
$\Delta_k = k.$ ileri besleme yolu sinyal akış şemasından çıkarıldıktan sonra geriye kalan sinyal akış şemasının Δ değeridir.

Örnek 2.13 Şekil 2.14 de verilen sinyal akış şemasında,

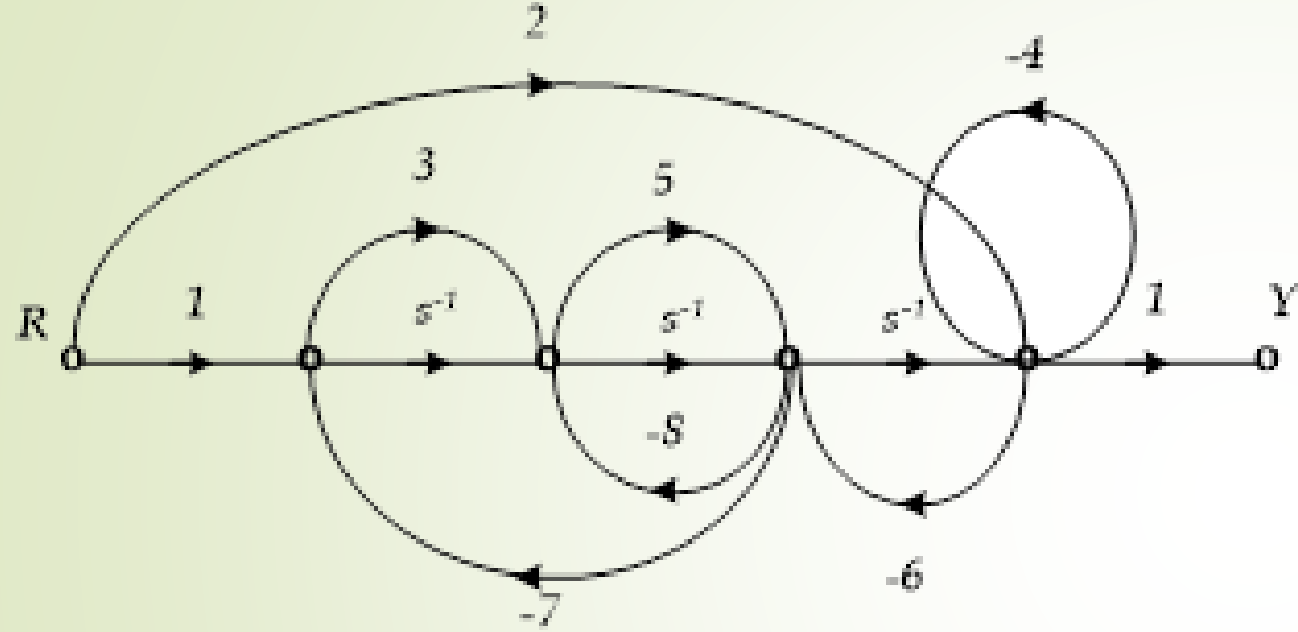
a-) Giriş ile Y çıkışı arasındaki,

b-) Giriş ile çıkış olarak alınan X ara düğümü arasındaki,

c-) Ara düğüm X ile Y çıkışı arasındaki eşdeğer transfer fonksiyonunun bulunuz.



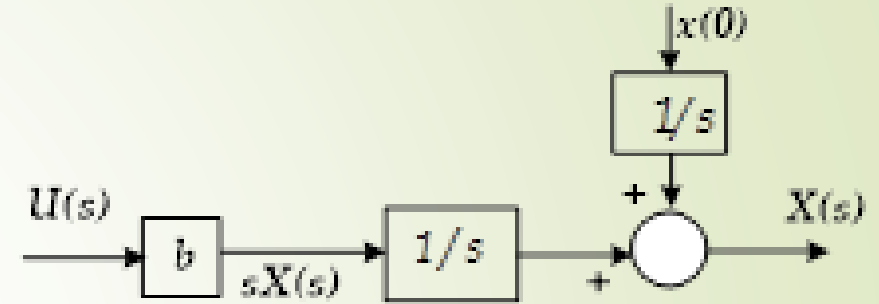
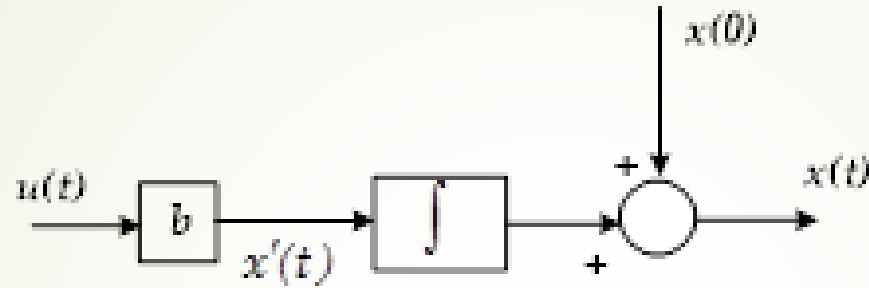
Örnek 2.14 Şekilde verilen sinyal akış şemasını kazanç formülü ile sadeleştirerek sistemin transfer fonksiyonunu bulunuz.



2.4 Durum Diyagramları

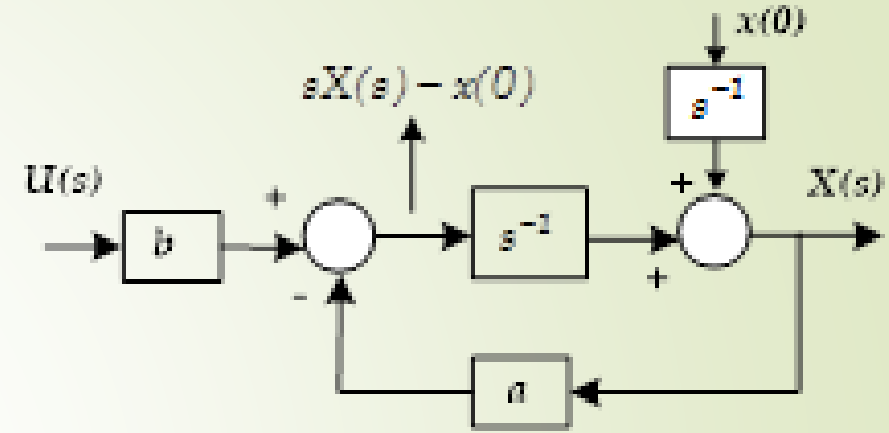
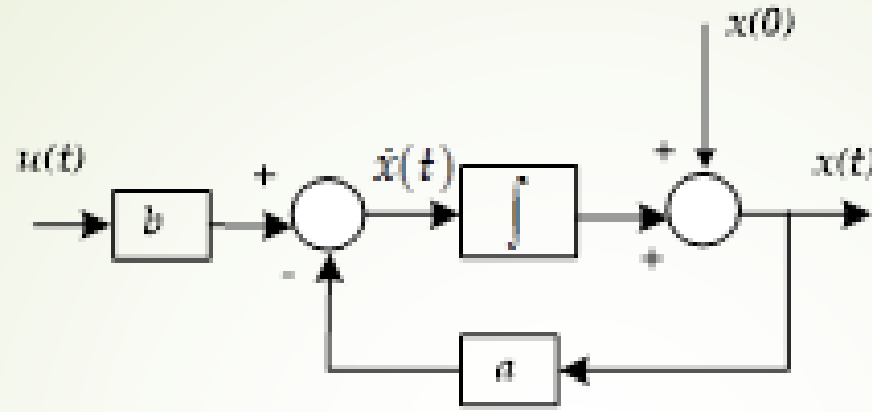
Özel yapıdaki...! blok şema ya da sinyal akış şemalarıdır.

$$\frac{dx(t)}{dt} = bu(t)$$



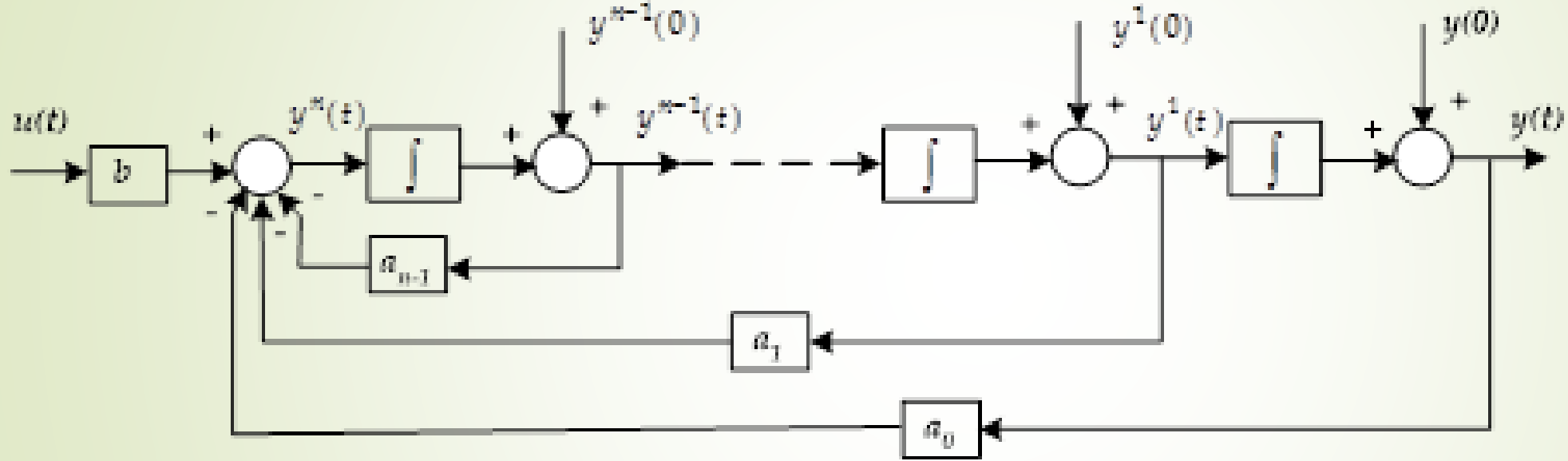
birinci dereceden doğrusal bir sistemin diferansiyel denklemi ya da durum denkleminin,

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = bu(t)$$



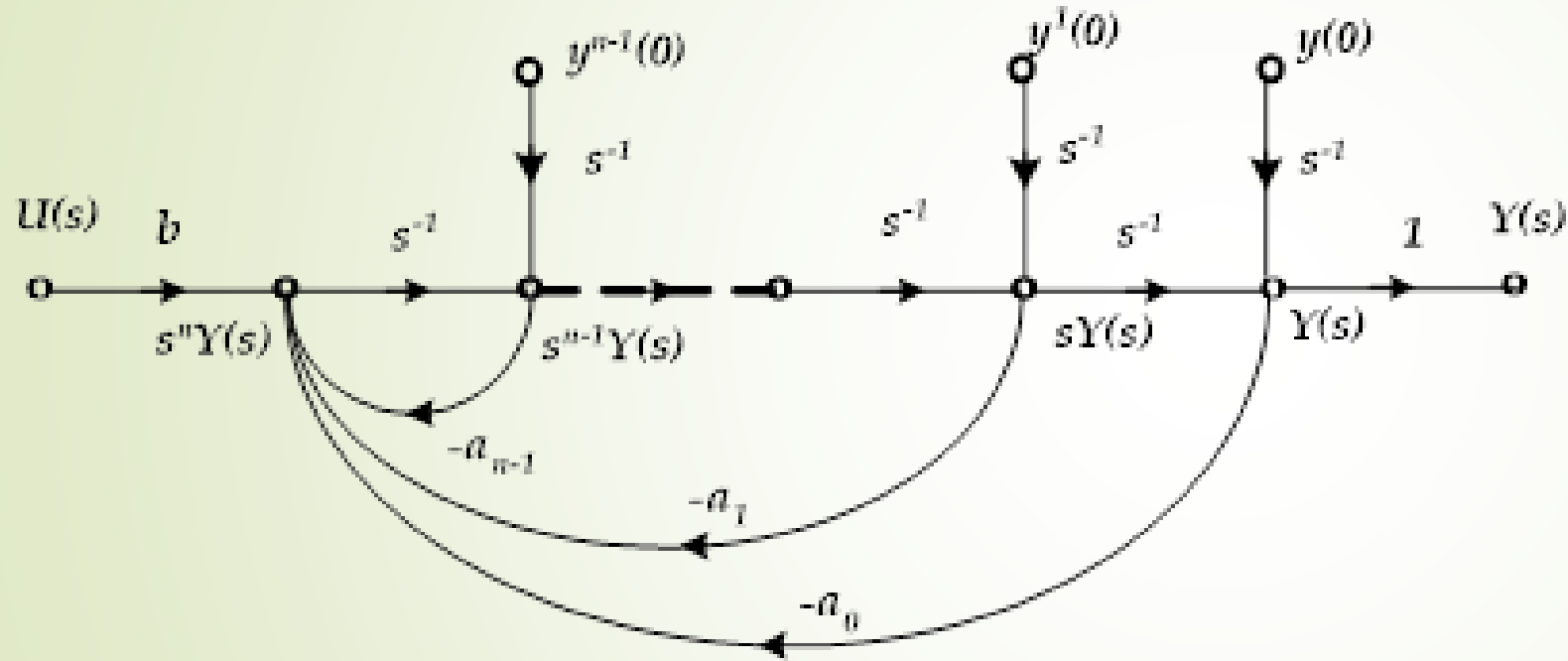
Yüksek dereceden ve girişin türevlerini ihtiva etmeyen doğrusal bir sistemin diferansiyel denklemi ve durum diyagramı.

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = bu(t)$$



Yüksek dereceden ve girişin türevlerini ihtiva etmeyen doğrusal bir sistemin diferansiyel denklemi ve durum diyagramı (Laplace bölgesi sinyal akış biçiminde).

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = bu(t)$$



2.4.2 Durum Diyagramından Durum Denklemini Elde Etme

Örnek 2.15 Diferansiyel denklemi verilen sistemin durum diyagramını çizerek durum denklemlerini yazınız. Başlangıç koşulları sıfır alınmıştır.

$$\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 2\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 4y(t) = 5u(t)$$

2.4.3 Transfer Fonksiyonlarının Durum Diyagramı

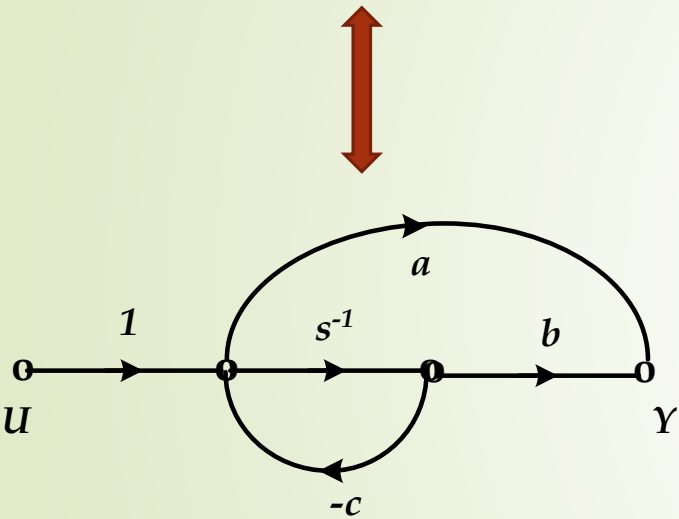
Kanonik gerçeleme

Örnek 2.16 Verilen transfer fonksiyonunun *kontrol edilebilir kanonik* formda durum diyagramını çizerek durum denklemini çıkarınız.

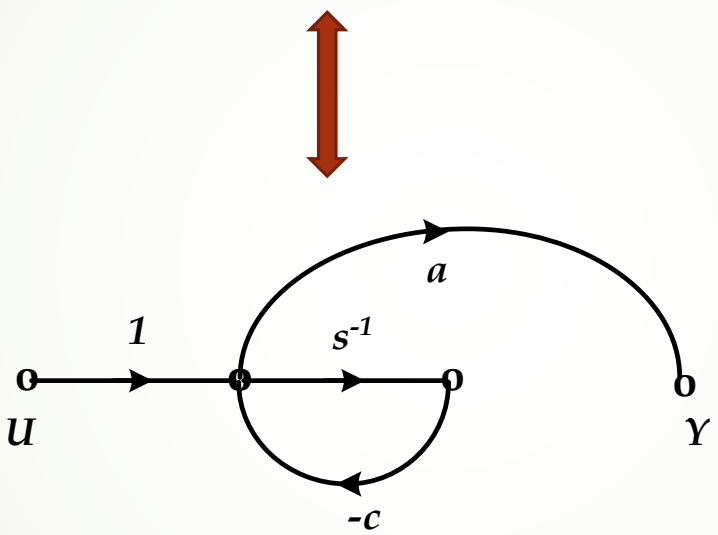
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s + 4}{s^3 + 2s^2 + 3s + 1}$$

Örnek 2.18 Aşağıda verilen **a-)** birinci dereceden ve **b-)** ikinci dereceden transfer fonksiyonlarının örnek 2.16'yı dikkate alarak doğrudan durum diyagramlarını çiziniz.

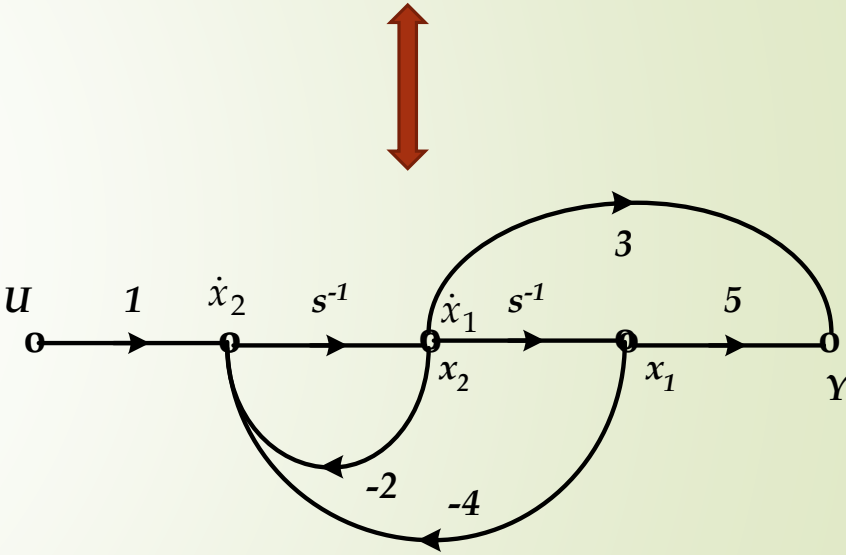
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{as + b}{s + c}$$



$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{as}{s + c}$$



$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3s + 5}{s^2 + 2s + 4}$$



Seri (kaskat) gerçekteleme

Örnek 2.19 Basit çarpanlarına ayrılmış halde verilen transfer fonksiyonunun durum diyagramını çizerek durum denklemini çıkarınız.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s(s+2)}{(s+1)(s-2)(s+3)}$$

Paralel gerçekleme

Örnek 2.20 Basit kesirlerine ayrılmış halde verilen transfer fonksiyonunun durum diyagramını çizerek durum denklemini çıkarınız.

$$G(s) = \frac{2}{s + 3} + \frac{5}{s^2 + 4s + 13}$$

2.4.4 Durum Denkleminden Transfer Fonksiyonunu Elde Etme

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$



$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(SI - A)^{-1}B + D$$

$$TM(s) = C(SI - A)^{-1}B + D$$

Örnek 2.22 Verilen durum denklemlerinden sistemin transfer matrisini bulunuz

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

$$[y(t)] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}$$

Örnek 2.23 Verilen durum denkleminin *durum diyagramını çizerek* transfer fonksiyonunu bulunuz.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + 7u(t)$$

Bölüm 3 : Dinamik Sistemlerin Matematiksel Modellenmesi

3.1 Dinamik Sistemler ve Matematiksel Modelleri : *Diferansiyel denklemler, Transfer fonksiyonları ve Durum Denklemleri*

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 u(t)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

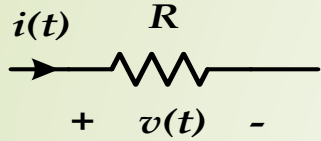
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

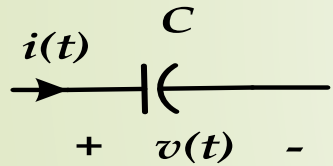
3.2 Elektriksel Sistemler

Temel devre elemanının uç denklemleri : **Zaman ve Laplace bölgesinde**

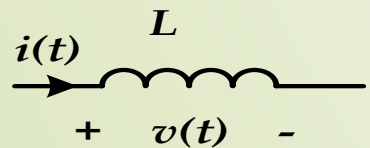
Direnç:



Kondansatör:



Bobin:



3.2.1 Elektriksel Sistemlerin Modellenmesi

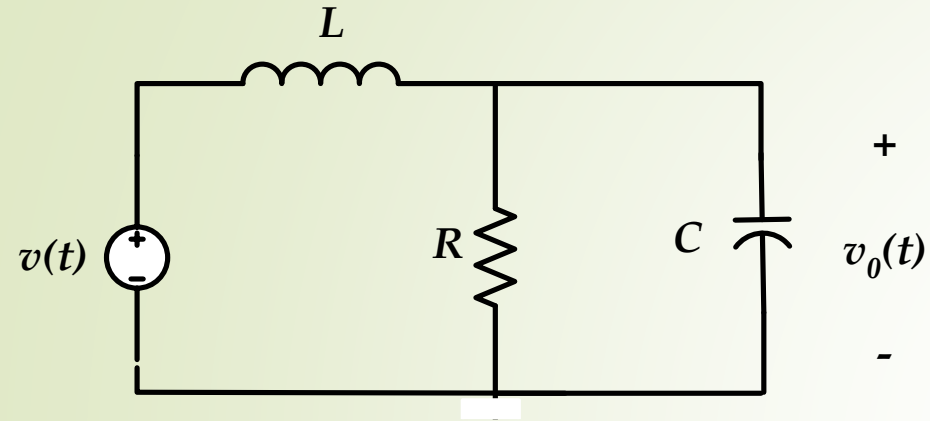
İki önemli yasa:

Çevre Akımları Yöntemi: Yönleri arzu edildiği gibi seçilen çevre akımları cinsinden yazılmak üzere kapalı bir çevredeki gerilimlerin cebirsel toplamı sıfırdır.

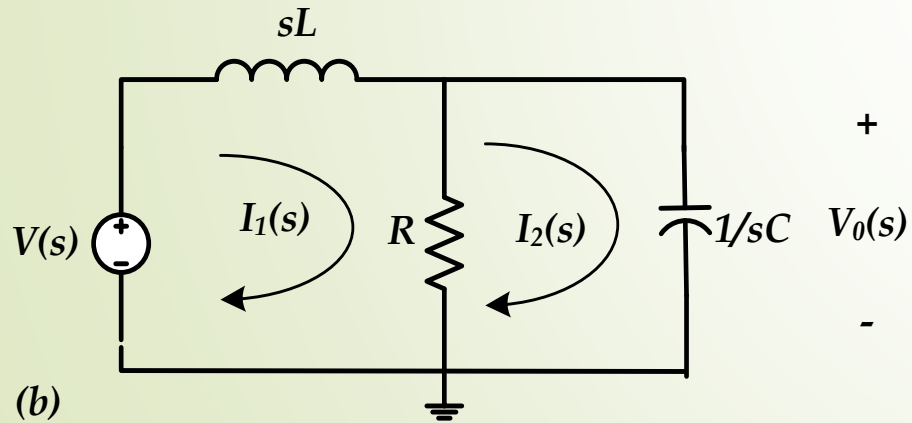
Düğüm Gerilimleri Yöntemi: Seçilen bir ortak düğüme göre belirlenen düğüm gerilimleri cinsinden yazılmak üzere bir düğüm noktasındaki akımların cebirsel toplamı sıfırdır.

Örnek olarak, *şekildeki devrenin diferansiyel denklemi ve Transfer Fonksiyonu.*

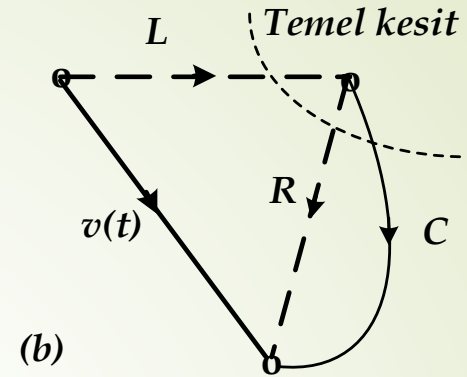
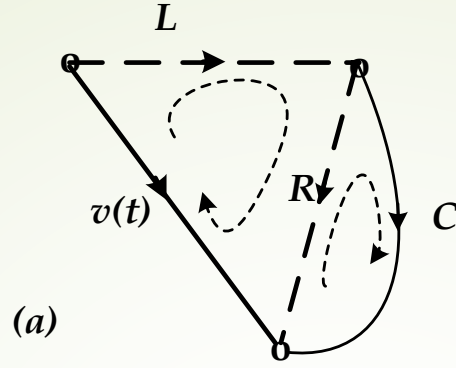
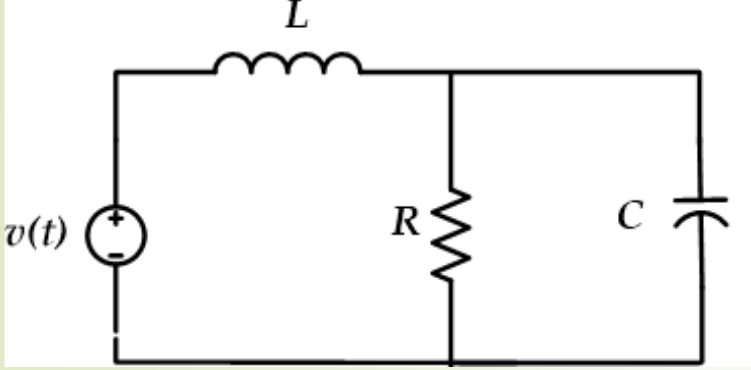
1-) Doğrudan denklemler yazılabilir.



2-) Blok-sinyal akış şeması çizilerek de TF çıkarılabilir.

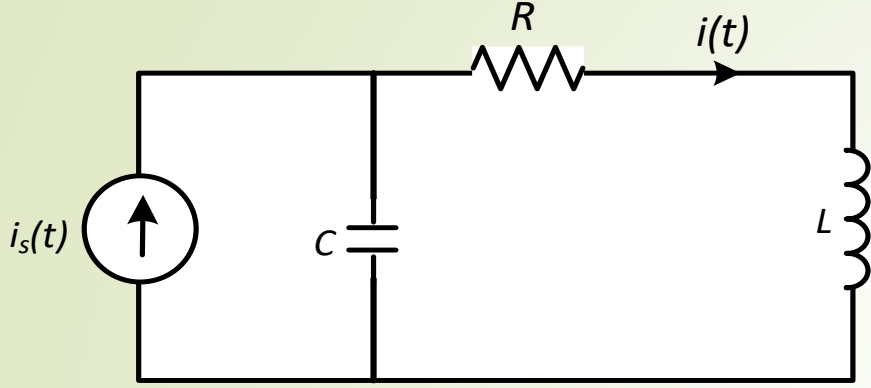


Durum denklemleri modeli.

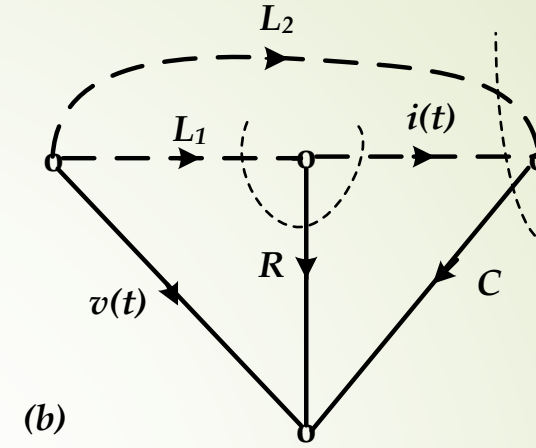
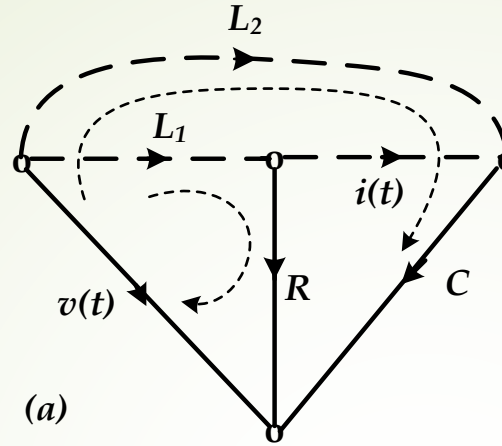
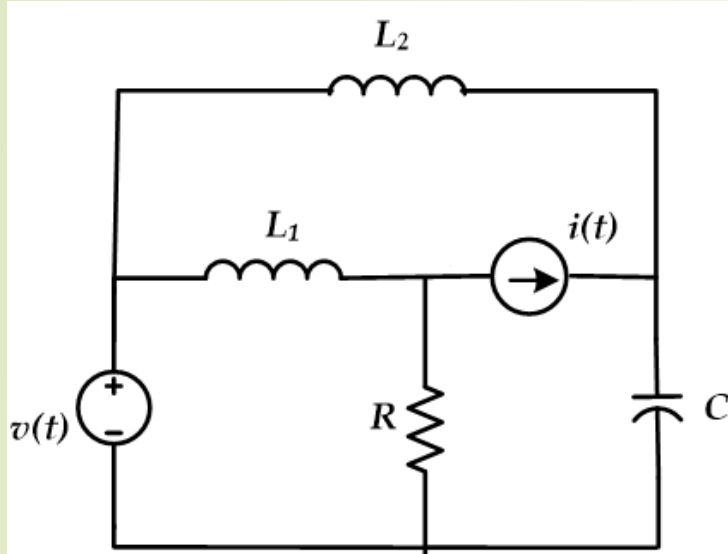


$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v(t)$$

Örnek: Diferansiyel denklemini, transfer fonksiyonunu ve durum denklemini elde ediniz.



Örnek: Devrenin durum denklemini çıkarınız.



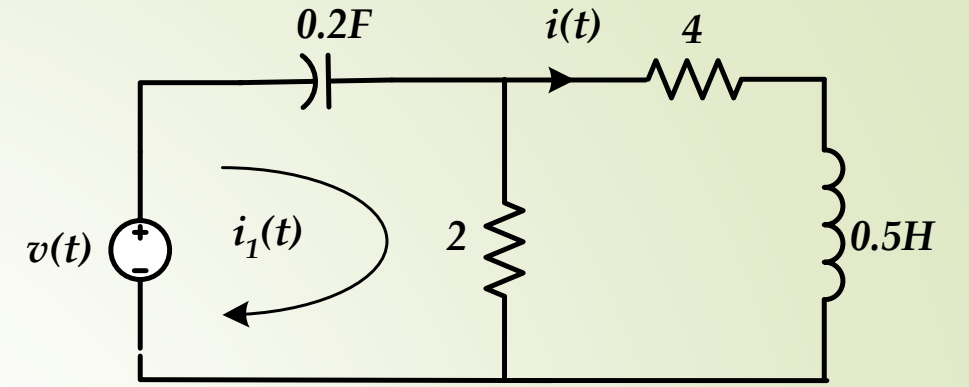
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_{L1}(t) \\ i_{L2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/C \\ 0 & -R/L_1 & 0 \\ -1/L_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_{L1}(t) \\ i_{L2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1/C \\ 1/L_1 & R/L_1 \\ 1/L_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ i(t) \end{bmatrix}$$

Örnek 3.1 Şekilde verilen elektrik devresinde, herhangi bir $v(t)$ girişi için $i(t)$ akımı çıkış alınmak kaydıyla devrenin matematiksel modeli elde edilecektir.

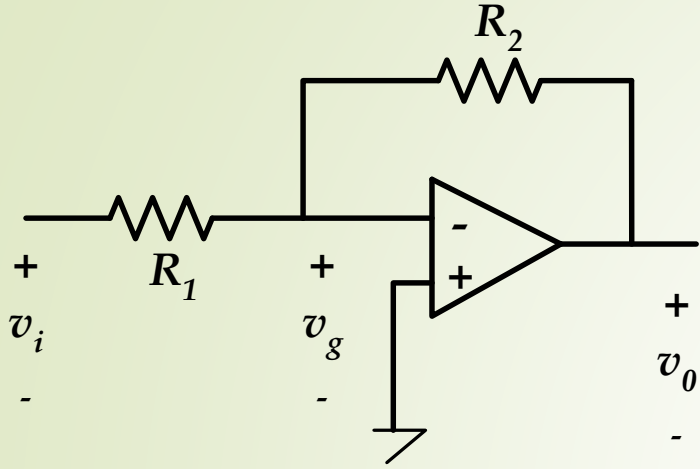
a-) Diferansiyel denklemini çıkarınız.

b-) Blok şemasını çizerek transfer fonksiyonunu çıkarınız.

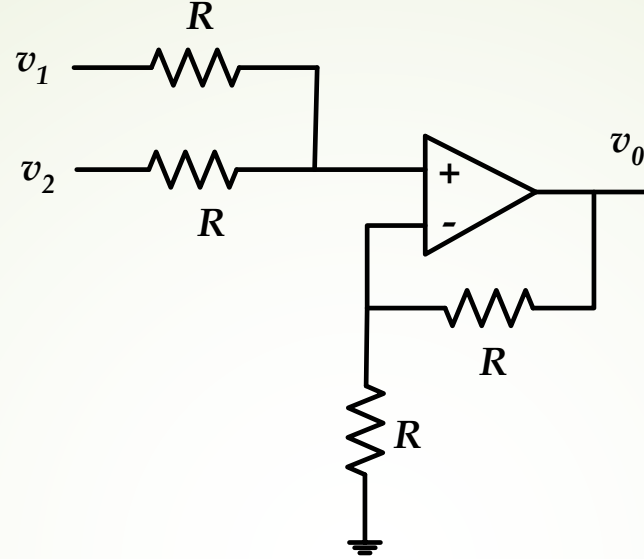
c-) Durum denklemini çıkarınız.



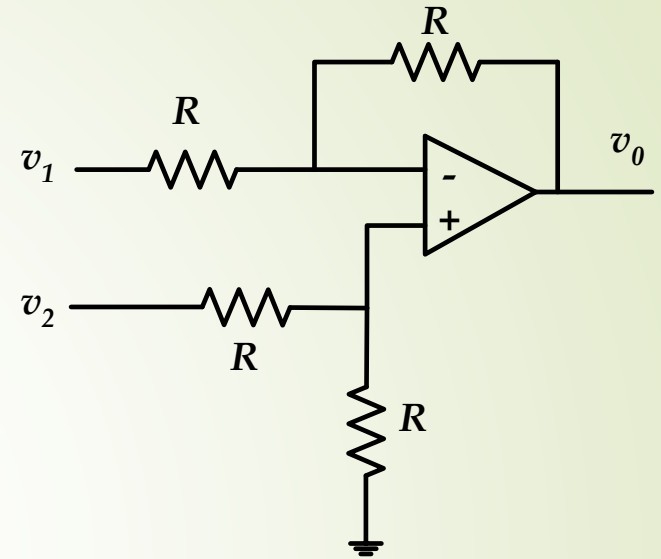
İşlemsel Yükselteçler



$$\frac{v_i}{R_1} = -\frac{v_0}{R_2} \quad \rightarrow \quad v_0 = -\frac{R_2}{R_1} v_i$$

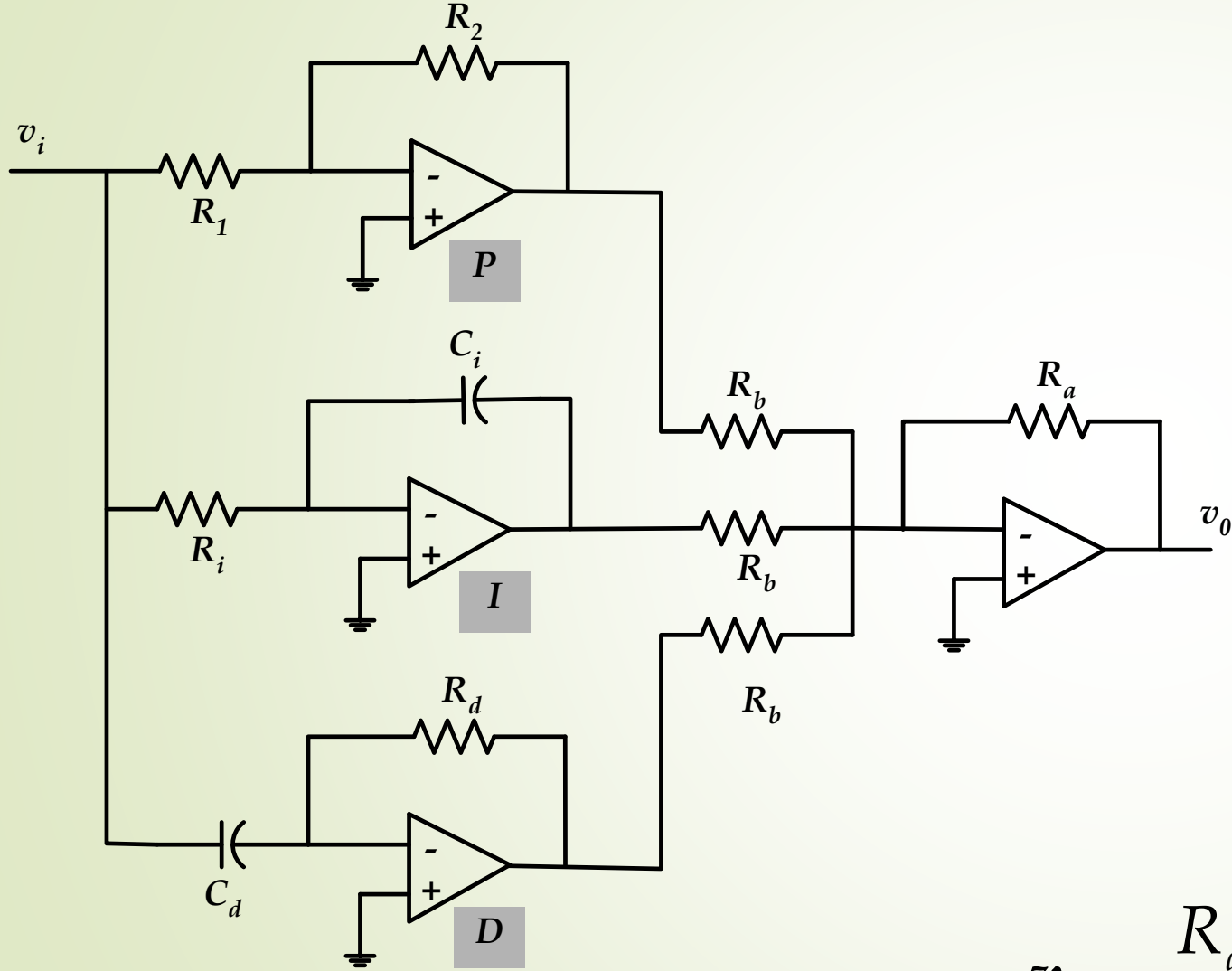


$$v_0 = v_0^1 + v_0^2 = v_1 + v_2$$



$$v_0 = v_2 - v_1$$

İşlemsel yükselteçlerle PID kontrolör

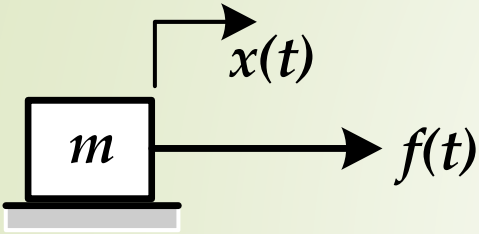


$$v_0 = \frac{R_a}{R_b} \left(\frac{R_2}{R_1} v_i + \frac{1}{R_i C_i} \int v_i dt + R_d C_d \frac{d}{dt} v_i \right)$$

3.3 Mekanik Sistemler

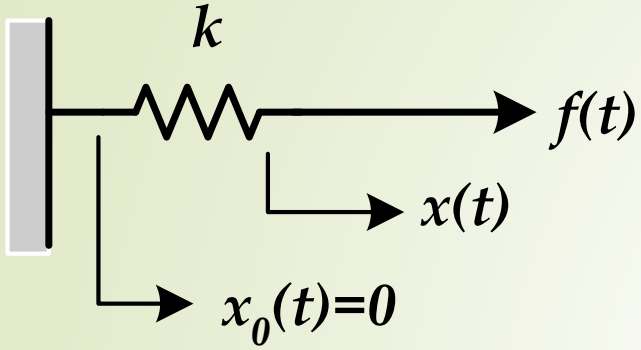
3.3.1 Doğrusal Mekanik Sistemler

Kütle: ve bobin-kondansatör benzerliği



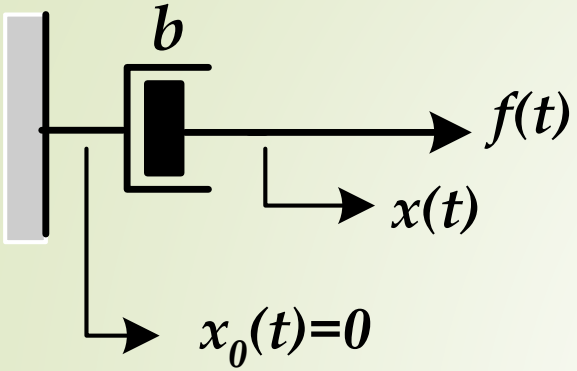
$$f(t) = f_m(t) = m a(t) = m \frac{dv(t)}{dt} = m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \quad 3.3$$

Yay: ve bobin-kondansatör benzerliği



$$f(t) = f_k(t) = kx(t) = k \int v(t) dt \quad 3.37$$

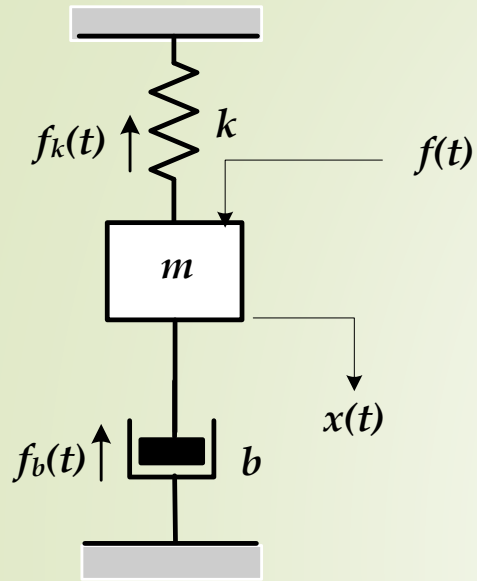
Sürtünme Elemanı (Piston): ve bobin-kondansatör benzerliği



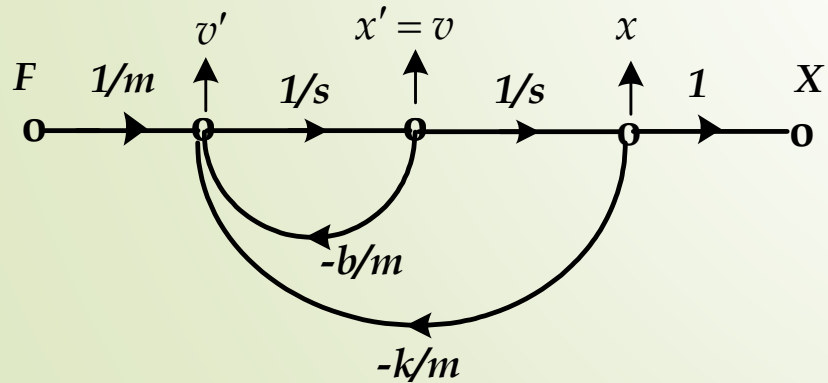
$$f(t) = f_b(t) = bv(t) = b \frac{d}{dt} x(t)$$

3.39

3.3.2 Doğrusal Mekanik Sistemlerin Modellenmesi



$$\sum F = ma(t)$$

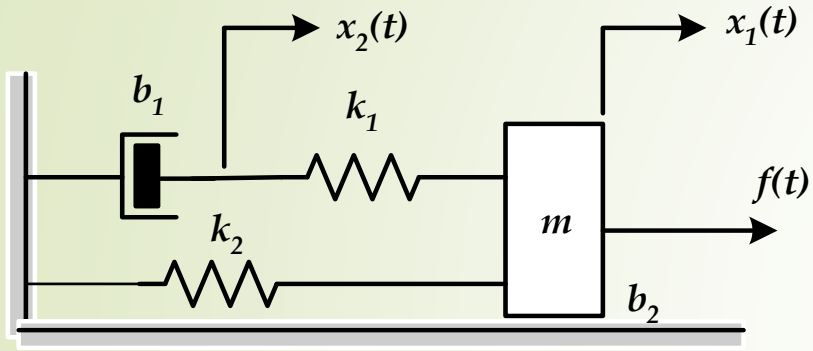


$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -b/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} f(t)$$

Örnek 3.3 Şekilde verilen mekanik sistemde, kütlenin zemin ile sürtünme katsayısı b_2 olsun. Sisteme uygulanan $f(t)$ kuvveti giriş olduğuna göre sistem çıkışını $x_2(t)$ alarak sistemin,

a-) Mekanik denklemlerinin yazınız.

b-) Sinyal akış şemasını çizin ve durum denklemini çıkarınız.



3.3.3 Dönel Mekanik Sistemler

Eylemsizlik

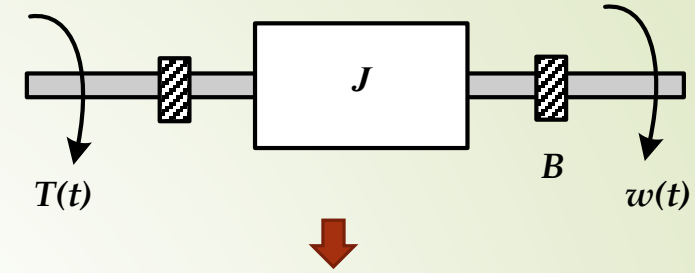
$$T = T_J(t) = J\alpha(t) = \frac{dw(t)}{dt} = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

Sürtünme:

$$T_B(t) = Bw(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

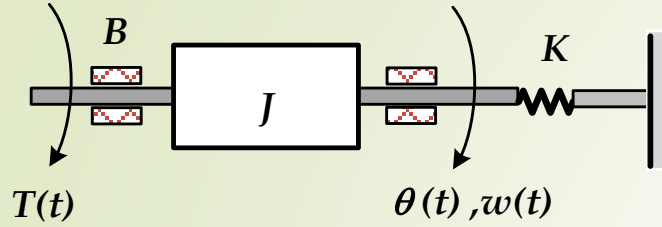
Burulma yayı

$$T_K(t) = K \int w(t) dt = K\theta(t)$$



$$\sum T = J\alpha(t) \rightarrow T(t) - B \frac{d\theta(t)}{dt} = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

Dönel Mekanik Sistemlerin Modellenmesi



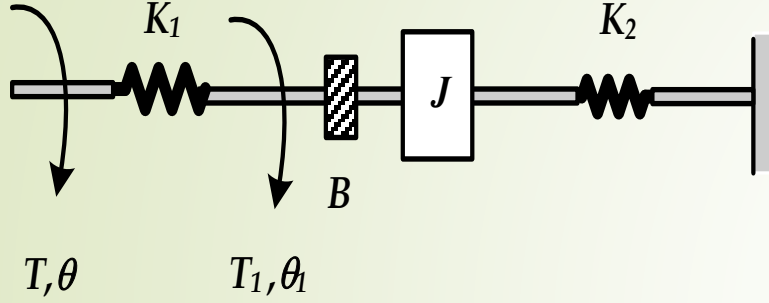
$$\sum T = J\alpha(t)$$

$$T - B \frac{d\theta(t)}{dt} - K\theta(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

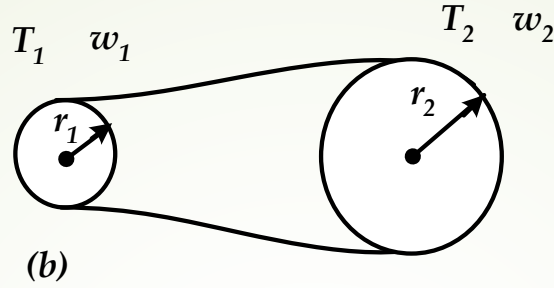
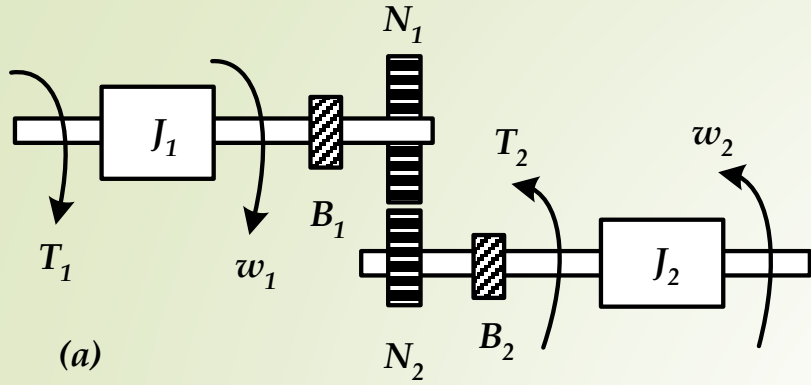
Örnek 3.5 Şekildeki mekanik sistemde K_1 yayı üzerinden sisteme T_1 torku uygulanmıştır.

a-) Sistemin dinamik denklemlerini yazınız.

b-) Sistemin diferansiyel denklemini, transfer fonksiyonunu ve durum denklemini çıkarınız.



3.3.4 Dişli ve Kasknak Düzenekleri



Dönüştürme oranı $n = \frac{N_1}{N_2}$ ya da $n = \frac{r_1}{r_2}$

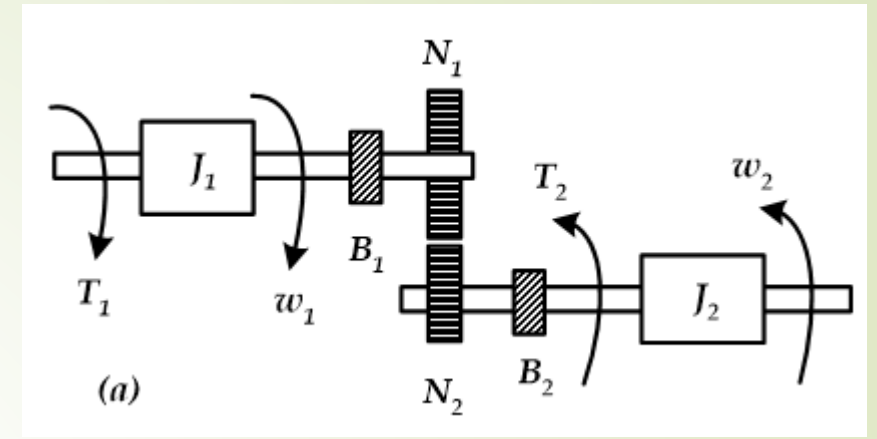
$$n = \frac{T_1}{T_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{w_2}{w_1}$$

$$B_e = B_1 + n^2 B_2$$

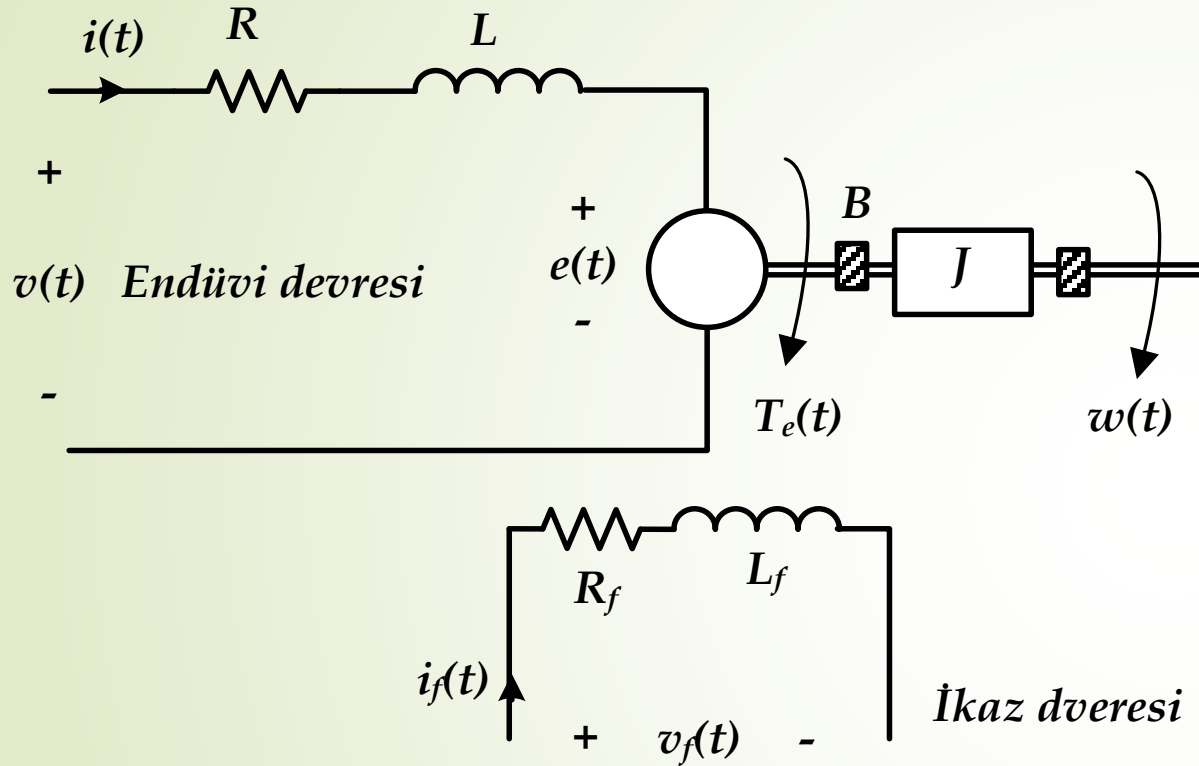
$$J_e = J_1 + n^2 J_2$$

Örnek 3.7 Dönüştürme oranı $n=1:10$ olarak verilen Şekil 3.21'deki mekanik sisteme $t=0$ anında $T_1=10 \text{ Nm}$ basamak giriş torku uygulanmıştır. Birinci ve ikinci tarafın hızını ve torkunu bulunuz. Sistemin parametreleri:

$$B_1 = 0.02 \text{ Nm / rad / s}, \quad B_2 = 0.5 \text{ Nm / rad / s}, \quad J_1 = 0.2 \text{ kgm}^2, \quad J_2 = 5 \text{ kgm}^2$$



3.3.5 Elektromekanik Sistem: Doğru Akım Motorları



Motorun ikaz akımı sabit ise,

$$T_e(t) = Ki(t)$$

$$e(t) = K w(t)$$

$$v(t) - e(t) = Ri(t) + L \frac{d}{dt} i(t)$$

$$T_e(t) = J \frac{d}{dt} w(t) + Bw(t) + T_L(t)$$

3.3.6 Doğru Akım Motorunun Matematiksel Modeli

$$T_e(t) = Ki(t)$$

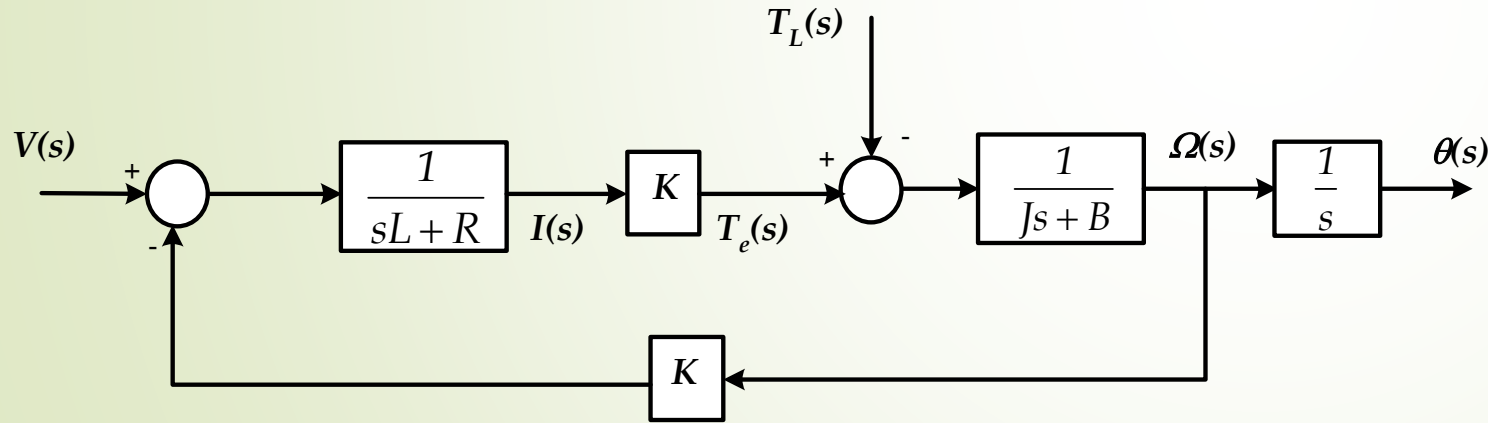
$$e(t) = K w(t)$$

Endüvi Gerilimine Göre Transfer Fonksiyonu: Motorun ikaz akımı sabit
Denklemlerin Laplace dönüşümü alınarak,

$$v(t) - e(t) = Ri(t) + L \frac{d}{dt} i(t)$$



$$T_e(t) = J \frac{d}{dt} w(t) + Bw(t) + T_L(t)$$



$$G_{\theta}(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{K}{s\{(sL + R)(Js + B) + K^2\}}$$

$$G_L(s) = \frac{\Omega(s)}{T_L(s)} = \frac{sL + R}{(sL + R)(Js + B) + K^2}$$

Doğru Akım Motorunun Durum Denklemi

Motorun ikaz akımı sabit ise,

$$T_e(t) = K i(t)$$

$$e(t) = K w(t)$$

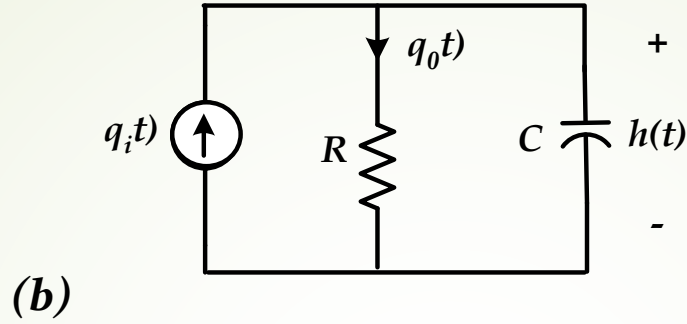
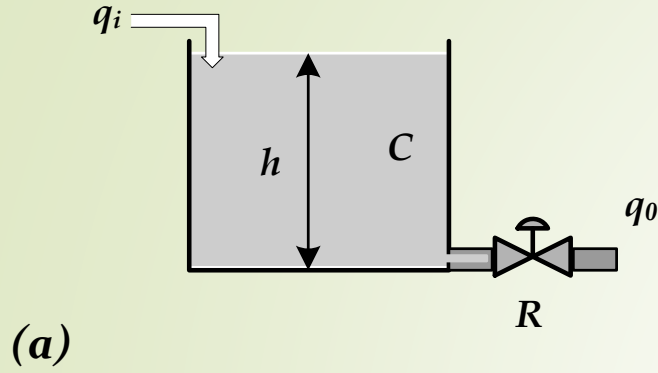
$$v(t) - e(t) = R i(t) + L \frac{d}{dt} i(t)$$

$$T_e(t) = J \frac{d}{dt} w(t) + B w(t) + T_L(t)$$



$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i(t) \\ w(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & -K/L & 0 \\ K/J & -B/J & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i(t) \\ w(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & -1/J \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ T_L(t) \end{bmatrix}$$

3.4 Sıvı Seviye ve Sıvı Akış Sistemleri



İki önemli parametre:

Akış direnci (R):

Depo kapasitansı (C):

Şekil 3.24 a-) Sıvı akış/seviye sistemi ve b-) elektriksel benzeri.

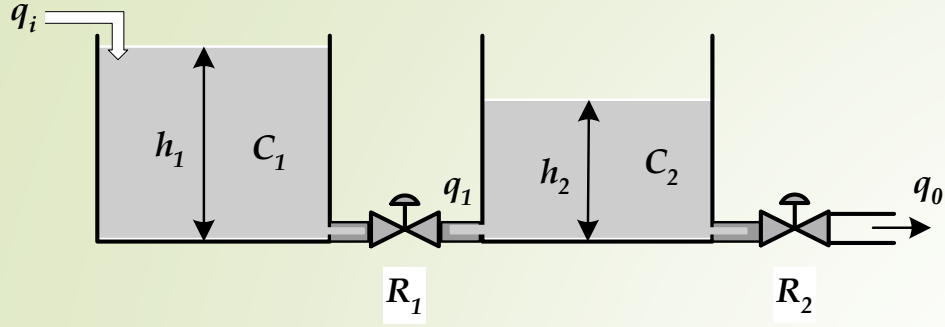
Sistem çıkışı: seviye

$$\frac{dh}{dt} + \frac{1}{RC}h = \frac{1}{C}q_i$$

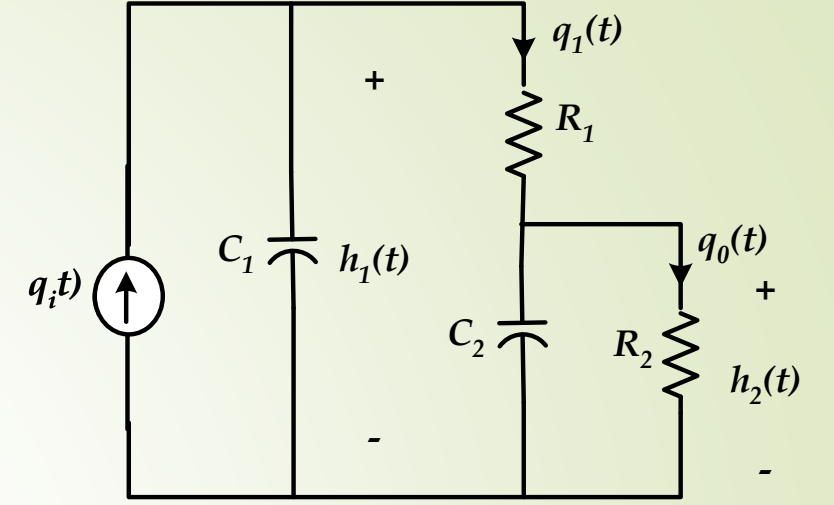
Sistem çıkışı: debi

$$\frac{dq_o}{dt} + \frac{1}{RC}q_o = \frac{1}{RC}q_i$$

Etkileşimli sıvı seviye sistemi



Elektriksel benzeri



Sistemin transfer fonksiyonu

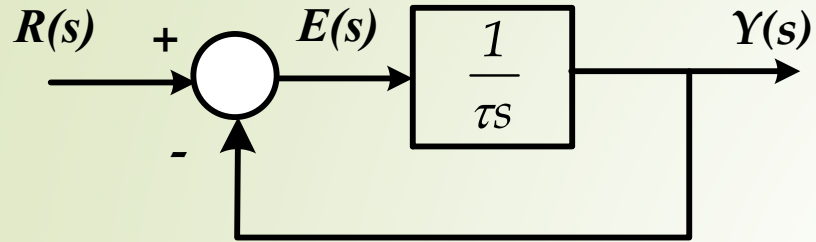
$$G(s) = \frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{\frac{1}{sR_1C_1} \frac{1}{sC_2}}{1 + \frac{1}{sR_1C_1} + \frac{1}{sR_0C_2} + \frac{1}{sR_1C_2} + \frac{1}{sR_1C_1} \frac{1}{sR_0C_2}}$$

Sistemin durum denklemleri,

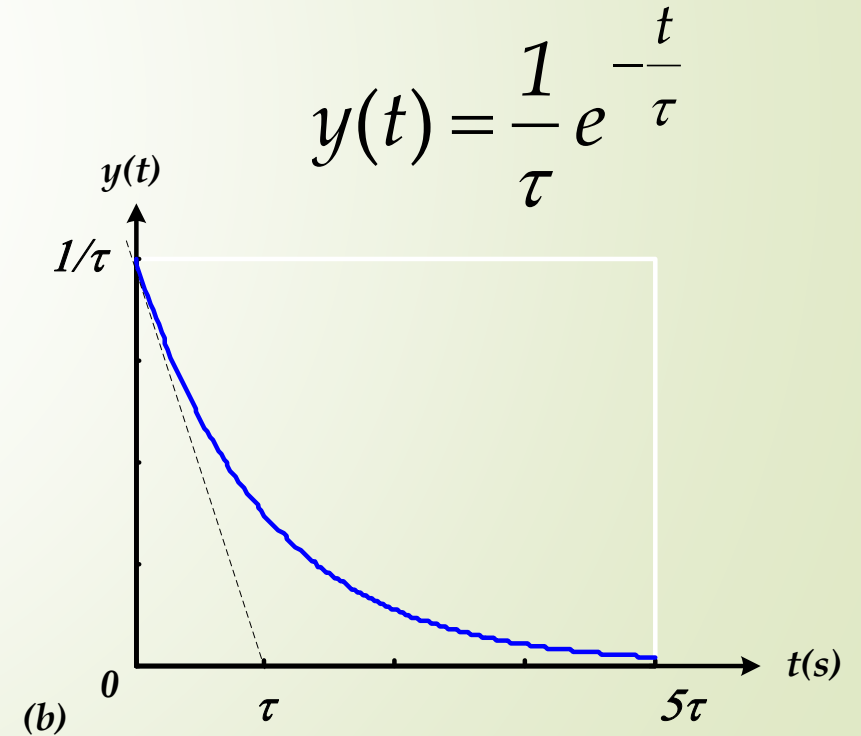
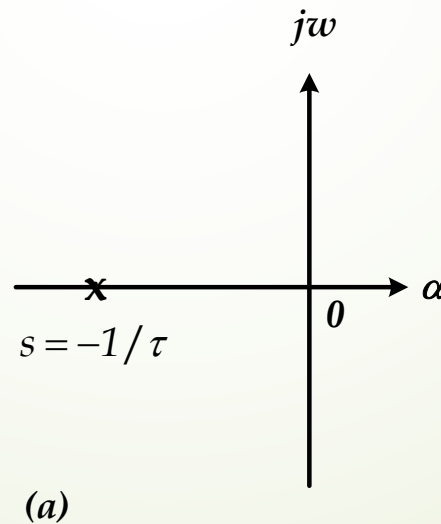
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1C_1} & \frac{1}{R_1C_1} \\ \frac{1}{R_1C_2} & -(\frac{1}{R_1C_2} + \frac{1}{R_0C_2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ 0 \end{bmatrix} [q_i]$$

Bölüm 4: Kontrol Sistemlerinin Zaman Bölgesi Karakteristikleri

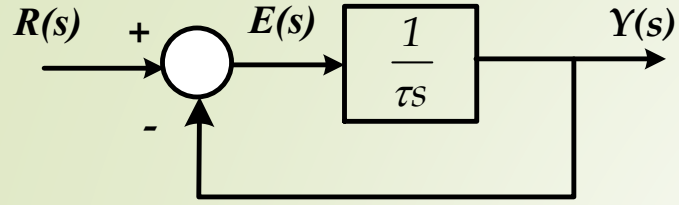
4.1 Birinci Dereceden Kontrol Sistemleri



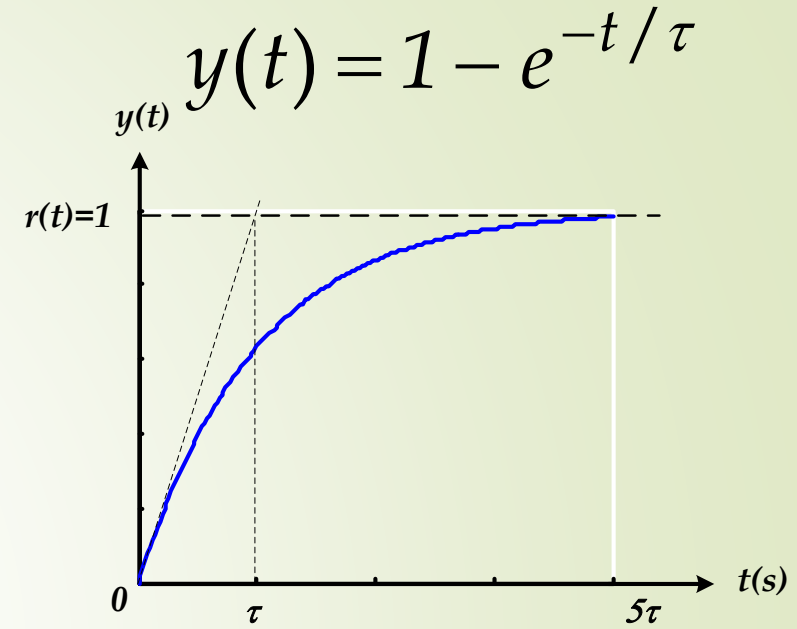
Birim İmpuls Cevabı



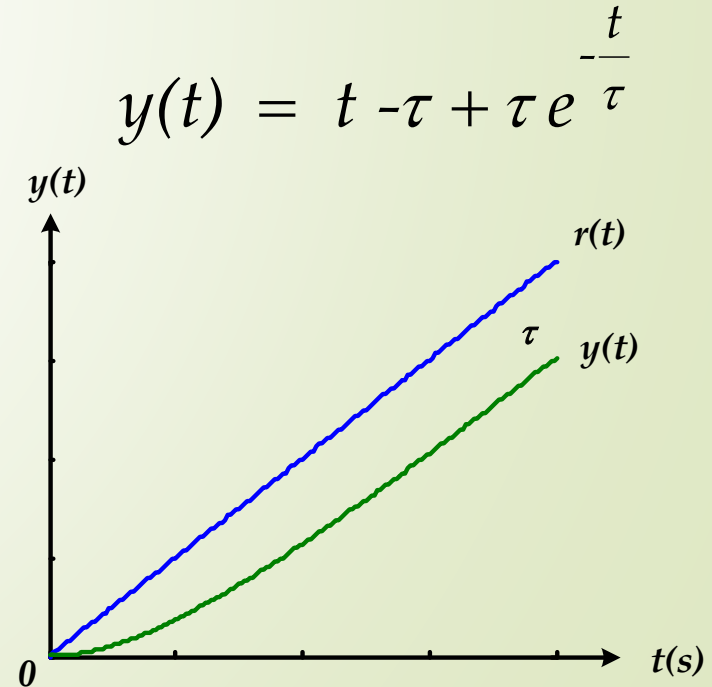
Devam: Birinci Dereceden Kontrol Sistemleri



Birim Basamak Cevabı



Birim Rampa Cevabı



Örnek 4.1 Şekilde verilen birim geri beslemeli birinci dereceden kontrol sisteminin ileri besleme transfer fonksiyonu verilmiştir.

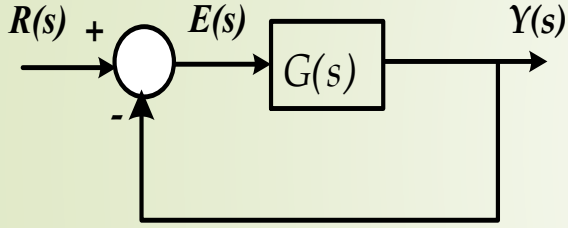
a-) Kontrol sisteminin birim basamak giriş için geçici ve kalıcı durum karakteristiklerini s -bölgesinden belirleyiniz.

b-) Birim basamak cevabını bularak cevabın zamana göre değişimini çiziniz.

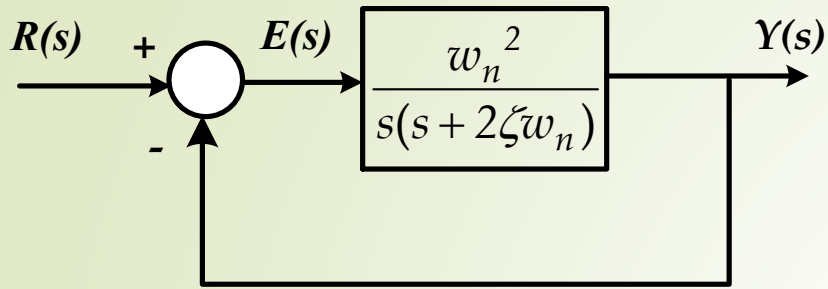
c-) Birim impuls cevabını bularak cevabın zamana göre değişimini çiziniz.

d-) Birim rampa cevabını bularak cevabın zamana göre değişimini çiziniz.

$$G(s) = \frac{4}{s + 1}$$



4.2 İkinci Dereceden Kontrol Sistemleri

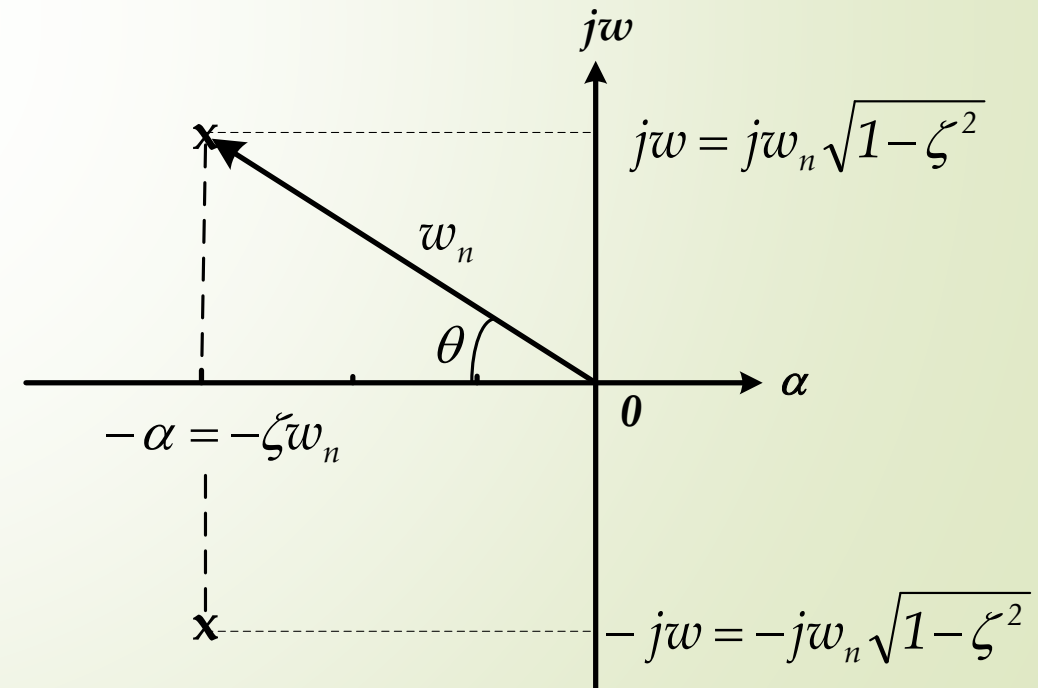


ω_n ζ ?

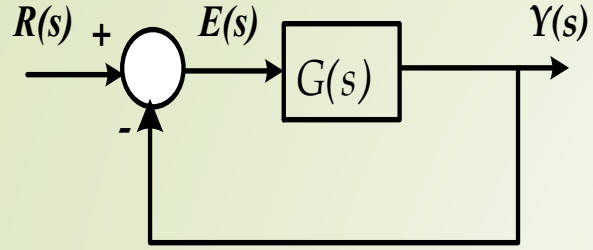
karakteristik denkleminin kökleri

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

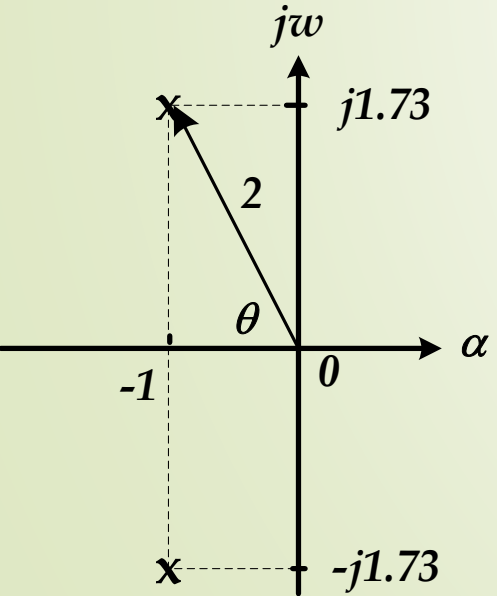
$$s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$$



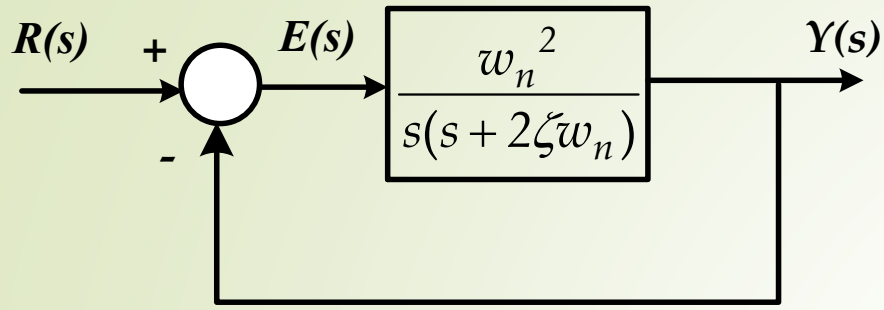
Örnek 4.3 Şekilde verilen ikinci dereceden kontrol sisteminin sönüm faktörünü, doğal frekansını ve köklerini belirleyerek hangi tür bir sistem olduğunu belirleyiniz.



$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 2s + 2}$$



Devam: İkinci Dereceden Kontrol Sistemleri



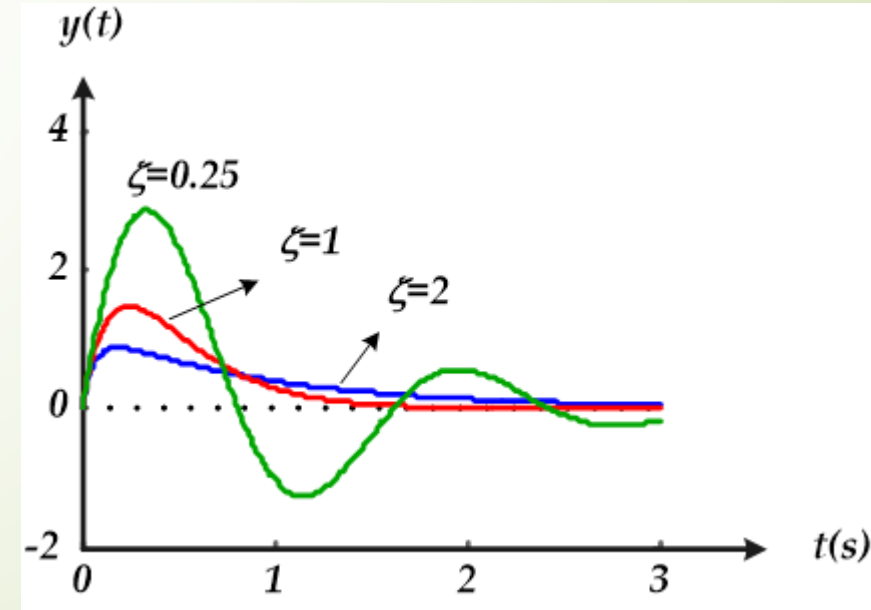
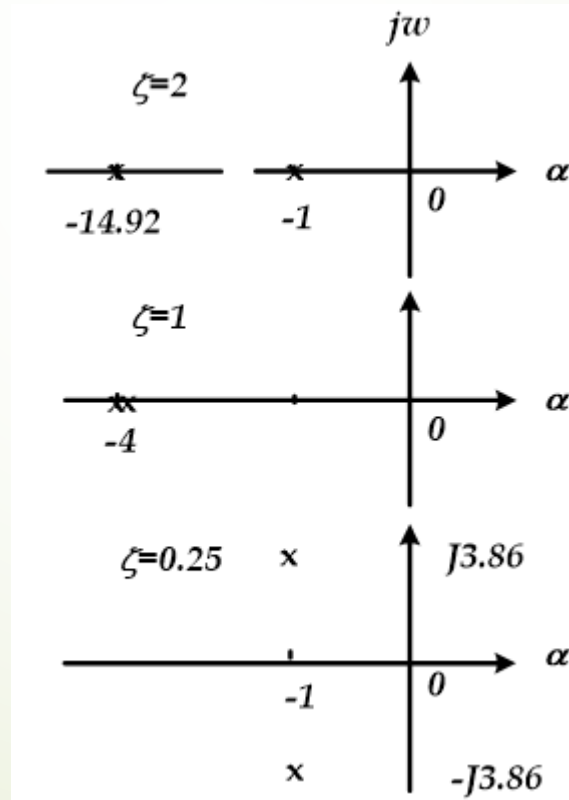
Birim İmpuls Cevabı

ζ değerine göre impuls cevapları

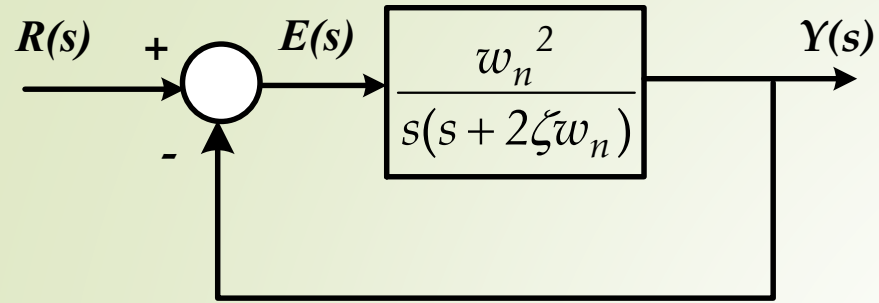
$$y(t) = K_1 e^{-p_1 t} + K_2 e^{-p_2 t}$$

$$y(t) = \omega_n^2 t e^{-\omega_n t}$$

$$y(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\alpha t} \sin(\omega t)$$



Devam: İkinci Dereceden Kontrol Sistemleri



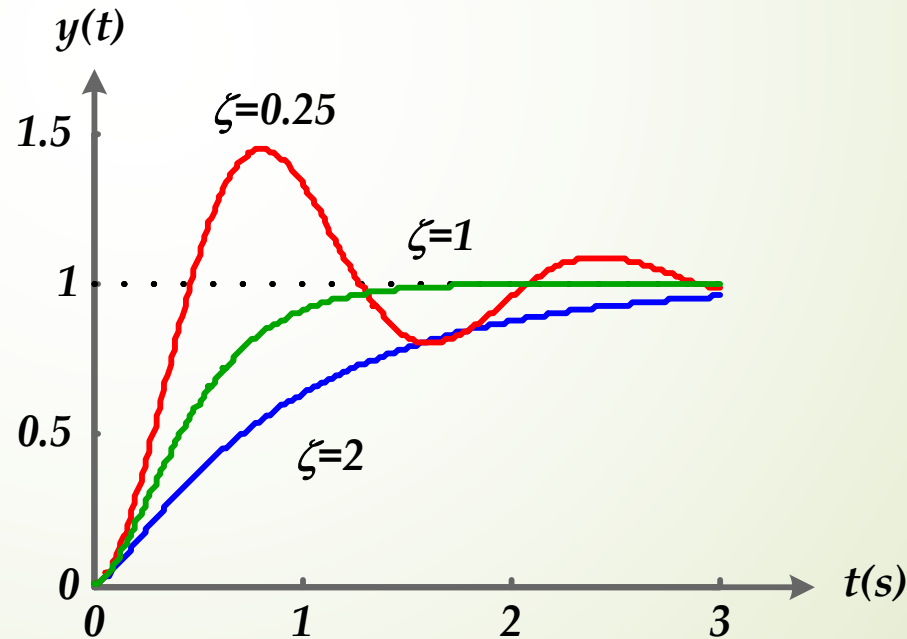
Birim Basamak Cevabı

ζ değerine göre basamak cevapları

$$y(t) = K_1 + K_2 e^{-p_1 t} + K_3 e^{p_2 t}$$

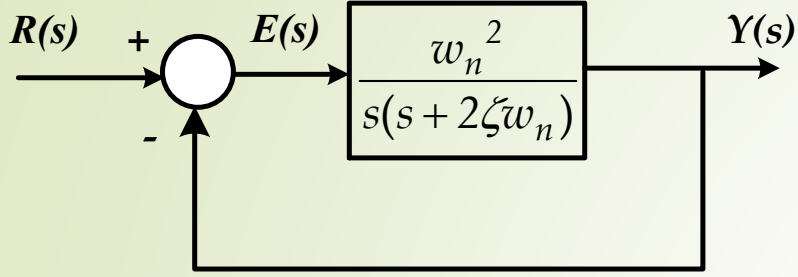
$$y(t) = 1 - e^{-\omega_n t} - \omega_n t e^{-\omega_n t}$$

$$y(t) = 1 - e^{-\alpha t} \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega t + \theta)$$



Devam: İkinci Dereceden Kontrol Sistemleri

Birim Rampa Cevabı

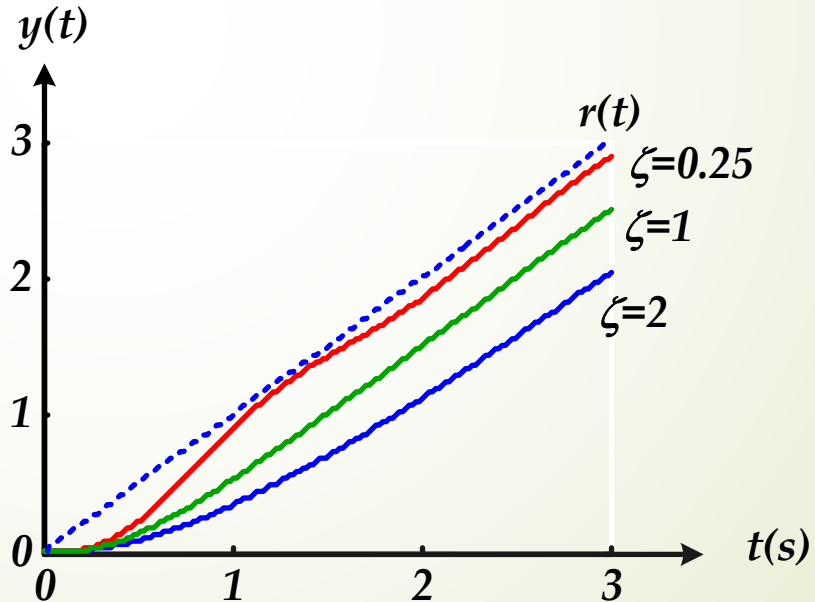


ζ değerine göre rampa cevapları

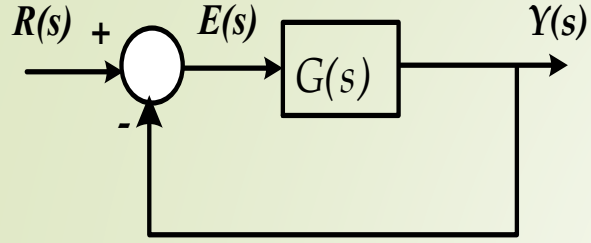
$$y(t) = K_1 t + K_2 + K_3 e^{-p_1 t} + K_4 e^{-p_2 t}$$

$$y(t) = t - \frac{2}{\omega_n} + t e^{-\omega_n t} + \frac{2}{\omega_n} e^{-\omega_n t}$$

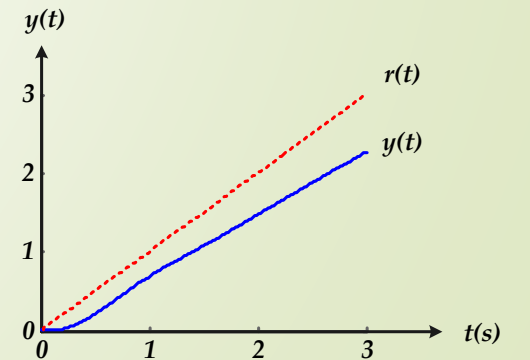
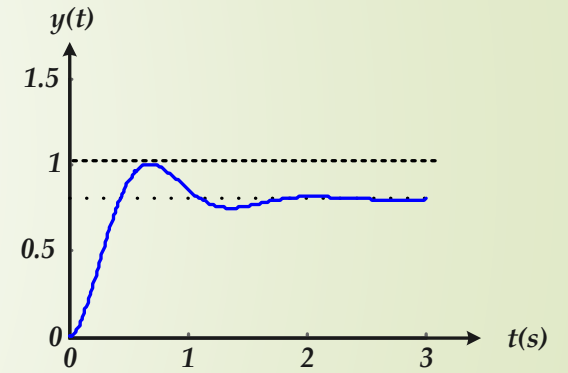
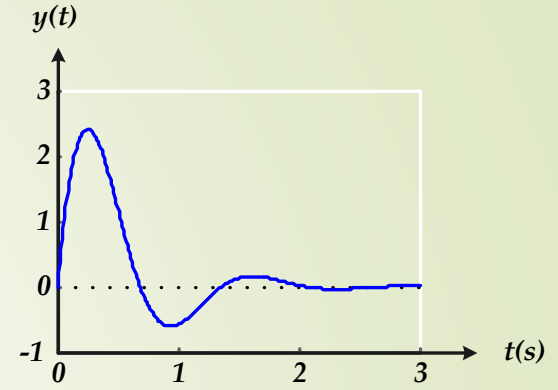
$$y(t) = t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{1}{\omega} e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \theta)$$



Örnek 4.4 Şekilde verilen ikinci dereceden kontrol sisteminin **a-)** birim impuls **b-)** birim basamak ve **c-)** birim rampa cevabını inceleyiniz.



$$G(s) = \frac{20}{s^2 + 4s + 5}$$



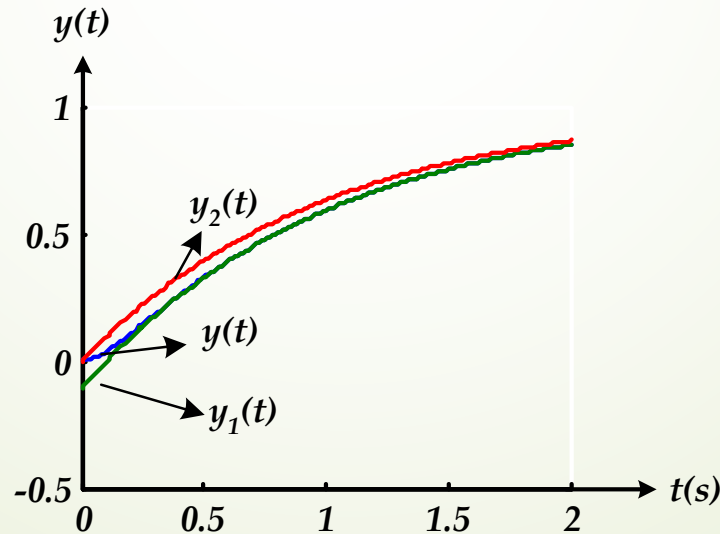
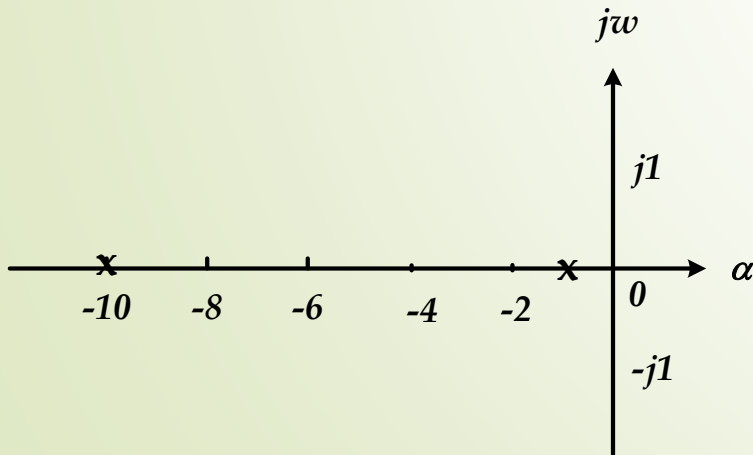
4.3 Yüksek Dereceden Kontrol Sistemleri

4.3.1 Baskın Kutuplar

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{10}{(s+10)(s+1)}$$

Birim basamak cevabı

$$y(t) = 1 - \frac{10}{9}e^{-t} + \frac{1}{9}e^{-10t}$$



$$y_1(t) = 1 - \frac{10}{9}e^{-t}$$

$$y_2(t) = 1 - e^{-t}$$

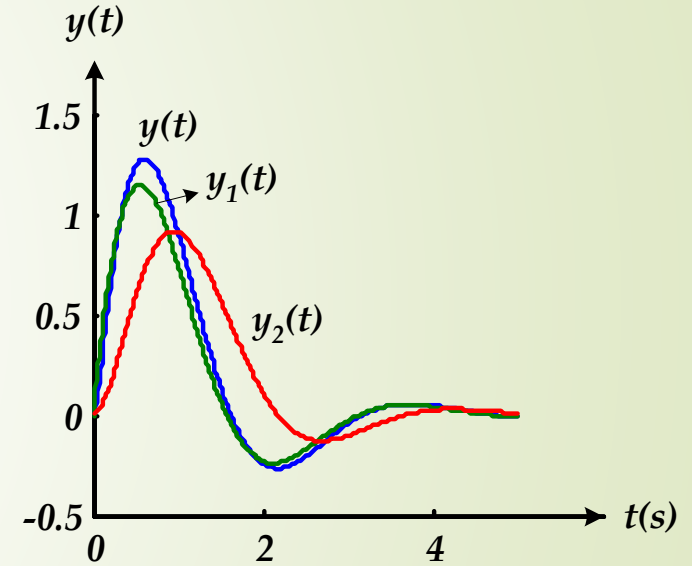
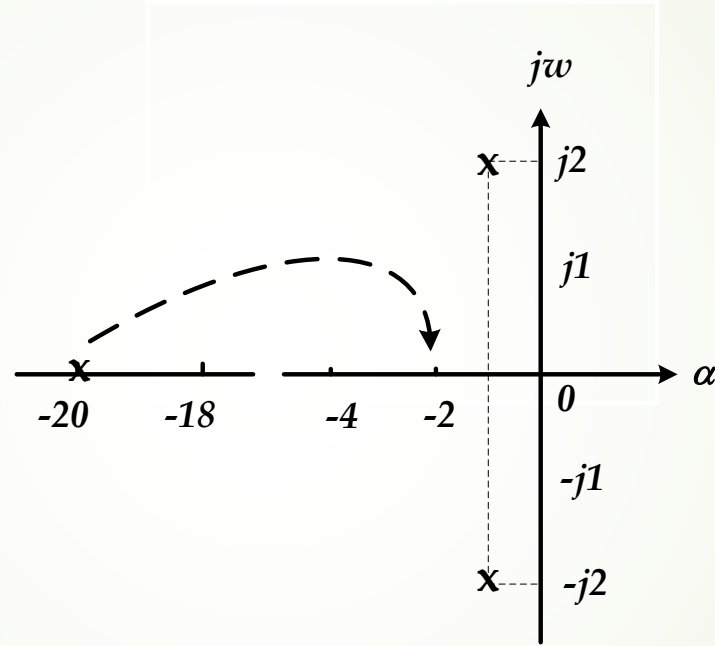
Örnek 4.5 Üçüncü dereceden bir kontrol sisteminin kapalı çevrim transfer fonksiyonu verilmiştir.

a-) Birim impuls cevabını bulunuz.

b-) Baskın kutup kavramını kullanarak sistemi indirgeyiniz ve indirgenmiş sistemin birim impuls cevabını bulunuz.

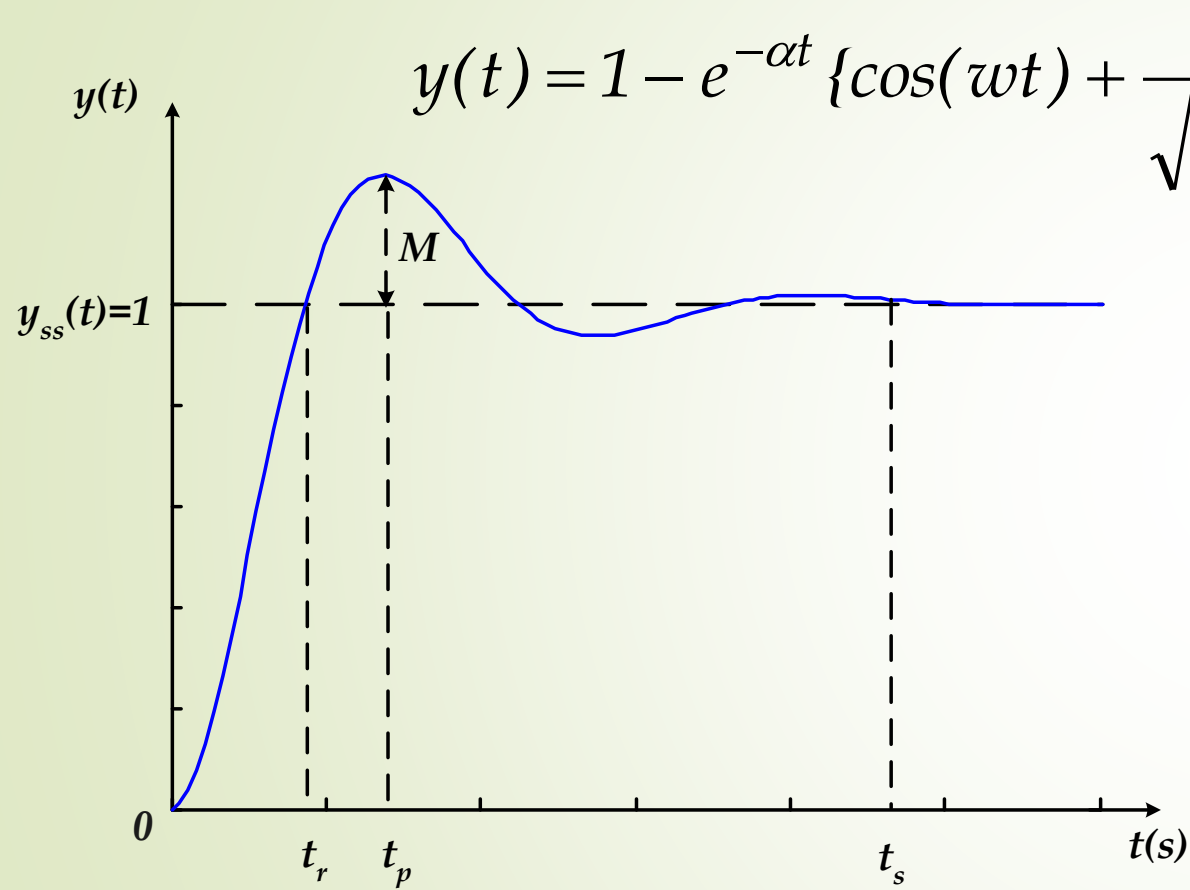
c-) ($s = -20$) deki kutbu, baskın kutba yaklaştırarak, örneğin ($s = -2$ ye taşıyarak), sistemin birim impuls cevabının nasıl değiştiğini belirleyiniz.

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{100}{(s + 20)(s^2 + 2s + 5)}$$



4.4 Kontrol Kriterlerinin Matematiksel Tanımı

İkinci dereceden bir kontrol sisteminin birim basamak cevabı ve kontrol kriterleri

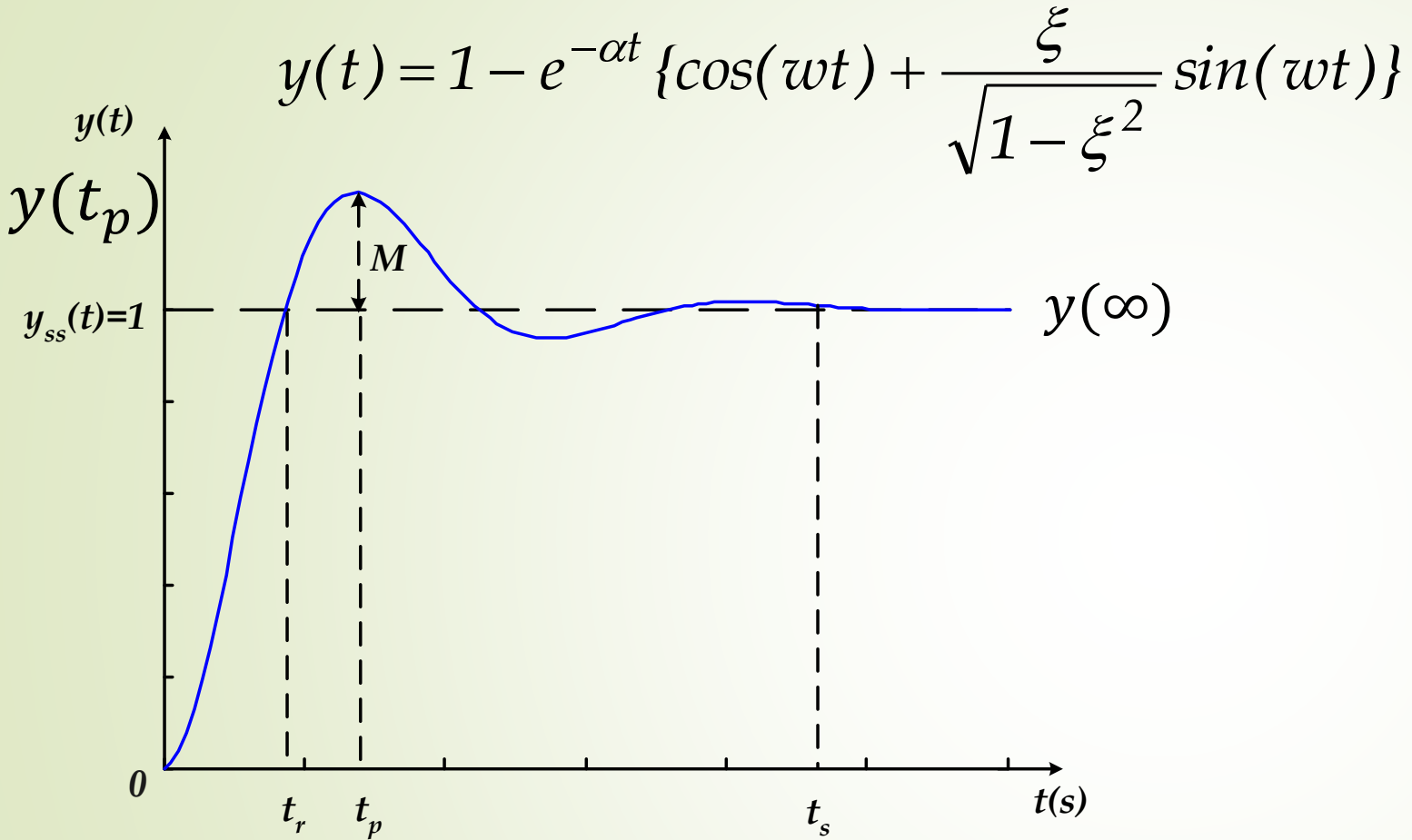


Yükselme Süresi (t_r) :

$$t_r = \frac{\pi - \cos^{-1}(\zeta)}{\omega}$$

$$t_r = \frac{0.8 + 2.5\zeta}{\omega_n}$$

Tepe Süresi (t_p) : $t_p = \frac{\pi}{\omega}$



Maksimum Aşma (M):

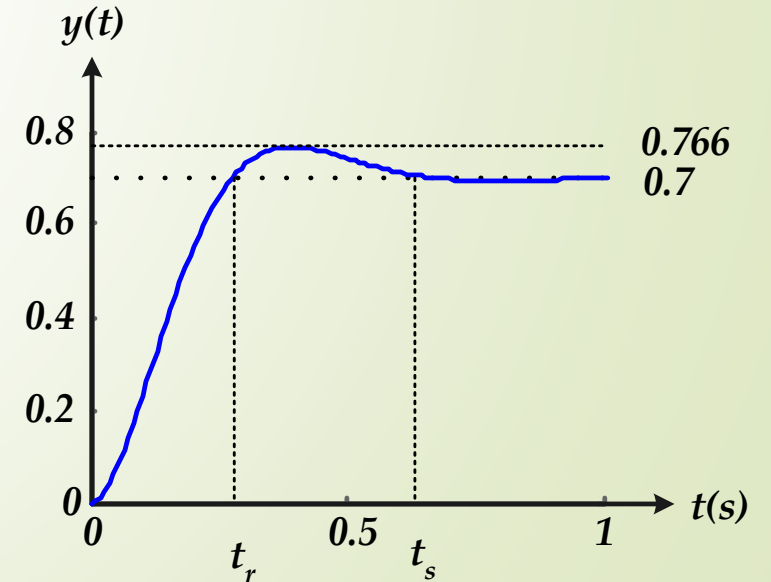
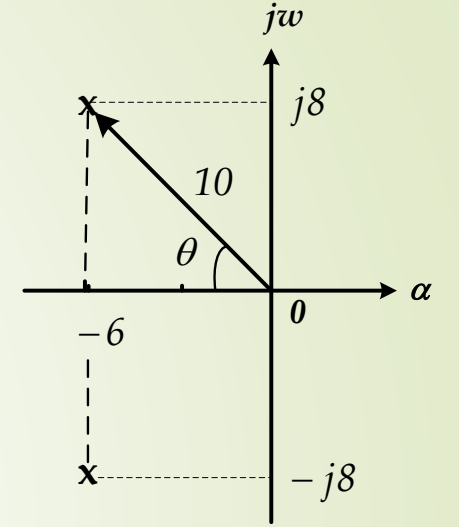
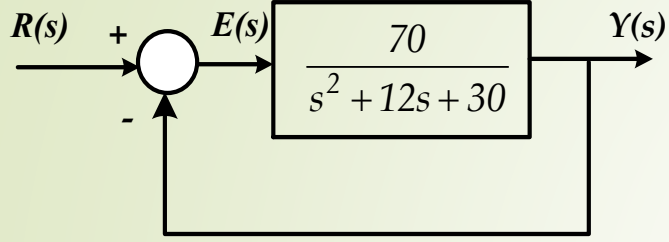
$$\%M = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} 100$$

$$\%M = 100 e^{-\xi\pi / \sqrt{1-\xi^2}}$$

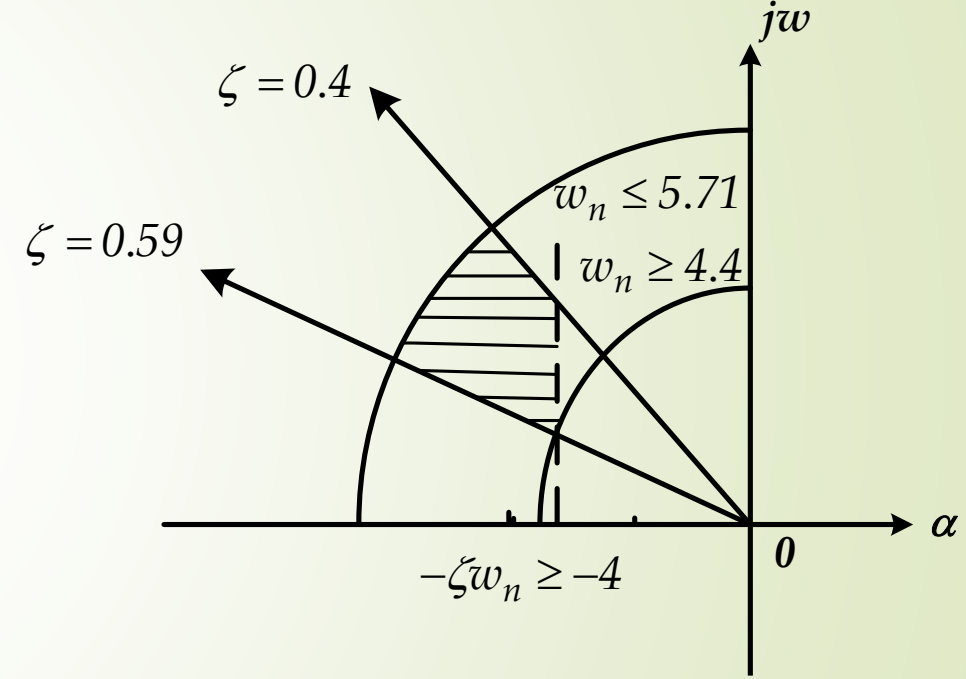
Yerleşme Süresi (t_s):

$$t_s = 4\tau = \frac{4}{\xi\omega_n}$$

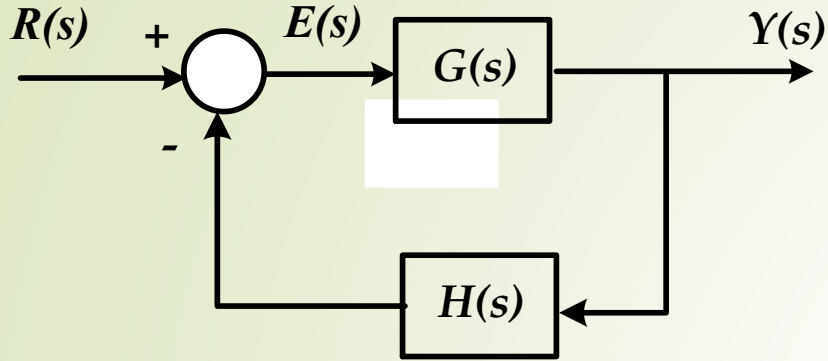
Örnek 4.7 Şekilde ikinci dereceden bir kontrol sistemi verilmiştir. Sistemin birim basamak cevabının maksimum aşma, yükselme ve yerleşme süresi gibi kritik noktalarını bularak birim basamak cevabını çiziniz.



Örnek 4.8 İkinci dereceden bir kontrol sisteminde, basamak cevabındaki maksimum aşmanın $\%10 \leq \%M \leq \%25$ aralığında, yükselme süresinin $t_r \leq 0.5$ s ve yerleşme süresinin $t_s \leq 1$ s olması isteniyor. Bu sistemin baskın kutuplarının s-düzleminde bulunması gereken bölgeyi belirleyiniz.



4.5 Kalıcı Durum Hataları



Kontrol sisteminin tipi

$$G(s)H(s) = \frac{K(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{s^r (s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_{n-r})}$$

**Kalıcı Durum
Hatası:**

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G(s)H(s)} R(s)$$

Sistem tiplerine göre kalıcı durum hataları

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G(s)H(s)} R(s)$$

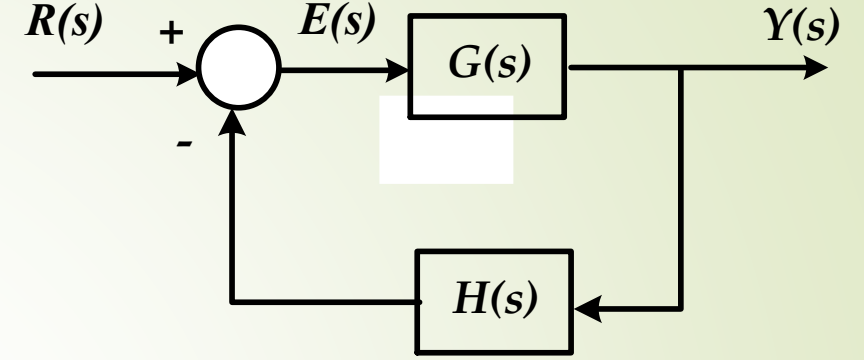
Basamak giriş/ Konum Hata Katsayısı: $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) \longrightarrow e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p}$

Rampa giriş/ Hız Hata K. $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) \longrightarrow e_{ss} = \frac{1}{K_v}$

Parabol giriş/ivme Hata K. $K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s) \longrightarrow e_{ss} = \frac{1}{K_a}$

Örnek 4.9 Açık çevrim transfer fonksiyonu verilen kontrol sisteminin ilgili hata katsayısını ve kalıcı durum hatasını bulunuz.

$$G(s)H(s) = \frac{s + 4}{s(s + 1)(s^2 + 2s + 5)}$$



4.6 Routh-Hurwitz Kararlılık Analizi

Bir sistemin karakteristik denklemi

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots \dots \dots a_1 s + a_0 = 0$$

Routh tablosu

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	$\cdot a_1$
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	$\cdot a_0$
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	$\cdot$
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
s^2	e_1	e_2	0	
s^1	f_1	0		
s^0	g_1			



Katsayıların hesabı

$$b_1 = - \frac{\begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}}{a_{n-1}} = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

Kararlılık koşulu:

- **Gereklilik**
- **Yeterlilik**

Örnek 4.10 Karakteristik denklemi verilen sistemin kararlı olup olmadığını belirleyiniz.

$$s^4 + 2s^3 + 4s + 4 = 0$$

Çözüm: Gereklik koşulları sağlanmadığından sistem kararsız ya da en fazla marjinal kararlıdır. Routh tablosundan da sistemin kararsız olduğu görülebilir.

s^4	1	0	3
s^3	2	4	0
s^2	-2	3	
s^1	7	0	
s^0	3		

Örnek 4.11: Karakteristik denklemi verilen sistemin kararlı olup olmadığını belirleyiniz.

$$s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 6s + 4 = 0$$

Çözüm: Verilen denklem gereklilik koşulunu sağladığından kesin olarak kararlılığını belirleyebilmek için Routh tablosu oluşturulmalıdır.

$$\begin{array}{c|ccc} s^5 & 1 & 3 & 6 \\ s^4 & 2 & 2 & 4 \\ s^3 & 2 & 4 & 0 \\ s^2 & -2 & 4 & \\ s^1 & 8 & 0 & \\ s^0 & 4 & & \end{array}$$

4.6.1 Routh Kriterinin Uygulanışında Özel Durumlar

Tablonun ilk katsayı sütununda sıfır çıkması

Örnek 4.12 Karakteristik denklemi verilen sistemin kararlı olup olmadığını belirleyiniz.

$$s^4 + 5s^3 + 8s^2 + 20s + 16 = 0$$

Çözüm: Gereklilik koşulları sağlandığından Routh tablosuna bakılmalıdır.

s^4	1	8	16
s^3	5	20	0
s^2	4	16	
s^1	$0 = \varepsilon$	0	
s^0	16		

Örnek 4.13: Karakteristik denklemi verilen sistemin kararlı olup olmadığını belirleyiniz.

$$4s^6 + 3s^5 + 10s^4 + 6s^3 + 8s^2 + 3s + 5 = 0$$

Çözüm: Routh tablosu oluşturulursa,

s^6	4	10	8	5
s^5	3	6	3	0
s^4	2	4	5	
s^3	$0 = \varepsilon$	-4.5		
s^2	k_1	5		
s^1	k_2	0		
s^0	5			

$$k_1 = \frac{4\varepsilon + 9}{\varepsilon} \quad , \quad k_2 = -4.5 - \frac{5\varepsilon^2}{4\varepsilon + 9}$$

Tablonun bir satırının tüm elemanların sıfır olması

Örnek 4.14. Karakteristik denklemi verilen sistemin kararlı olup olmadığını belirleyiniz.

$$2s^6 + 4s^5 + 5s^4 + 6s^3 + 7s^2 + 8s + 4 = 0$$

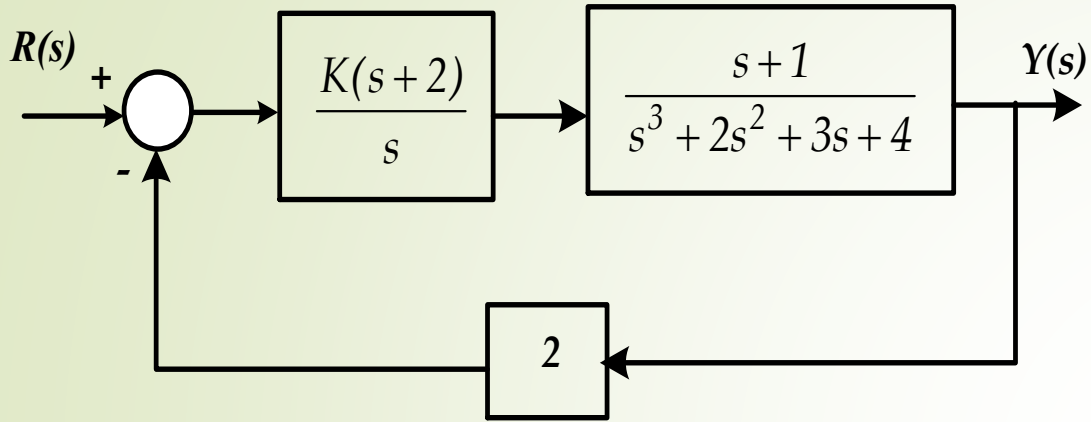
Çözüm: Routh tablosu oluşturulursa,

s^6	2	5	7	4
s^5	4	6	8	0
s^4	2	3	4	
s^3	(0)8	(0)6		
s^2	1.5	4		
s^1	-16	0		
s^0	4			

$$\rightarrow P(s) = 2s^4 + 3s^2 + 4$$

$$\leftarrow \frac{d}{ds} P(s) = 8s^3 + 6s$$

Örnek 4.16 Şekilde verilen kontrol sisteminin kararlı olabilmesi için kontrolör parametresi K 'nın hangi sınırlar arasında olması gerekir.



$$\begin{array}{c|ccc}
 s^4 & 1 & 3+2K & 4K \\
 s^3 & 2 & 4+6K & 0 \\
 s^2 & 1-K & 4K & 0 \\
 s^1 & (-6K^2 - 6K + 4) / (1-K) & 0 & \\
 s^0 & 4K & &
 \end{array}$$

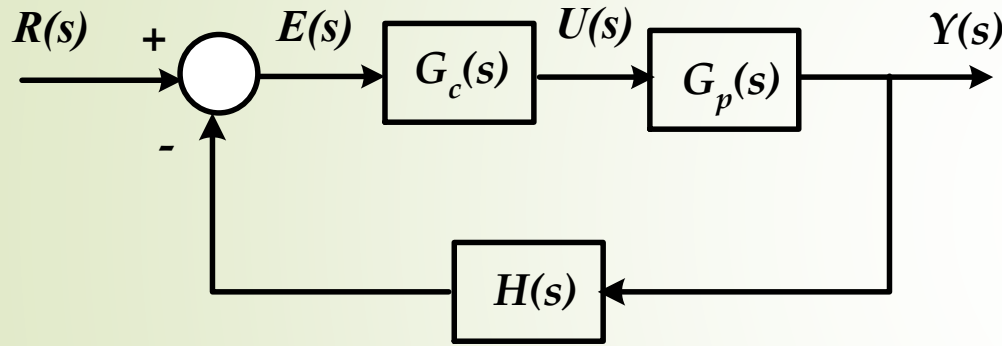
$$0 < K < 0.4574$$

Bölüm 5

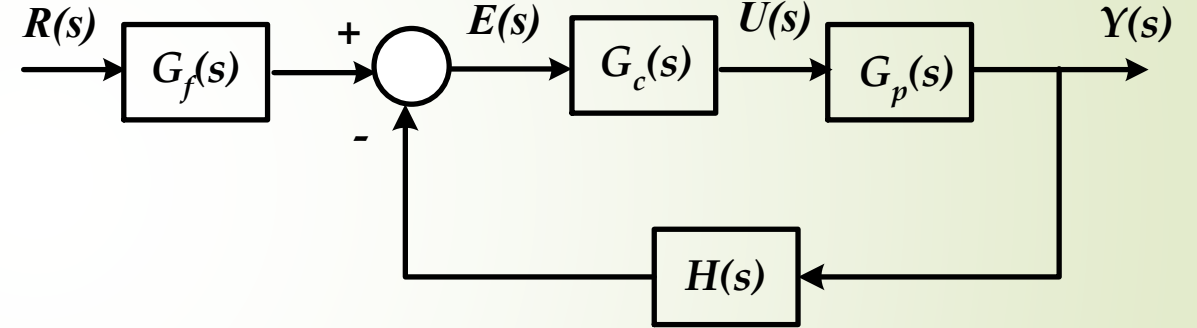
Kontrolörler ve Kontrol Sistemlerinin Tasarım Esasları

5.1 Temel Kontrol Yapıları ve Kontrol Etkileri

Tek serbestlik dereceli ve iki serbestlik dereceli kontrol sistemleri

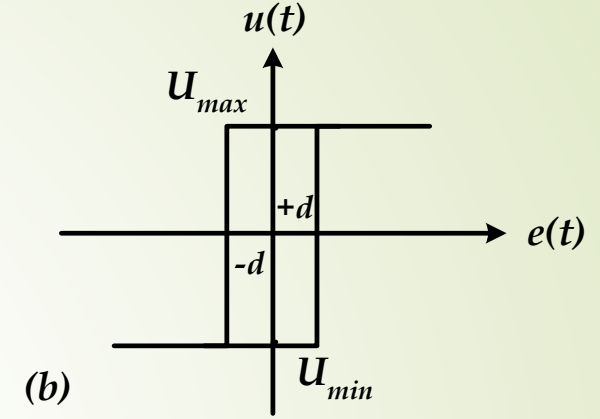
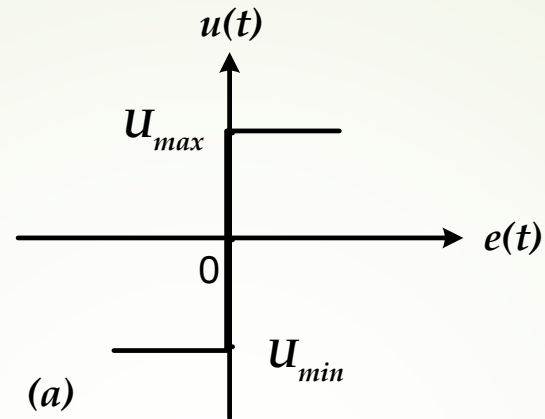
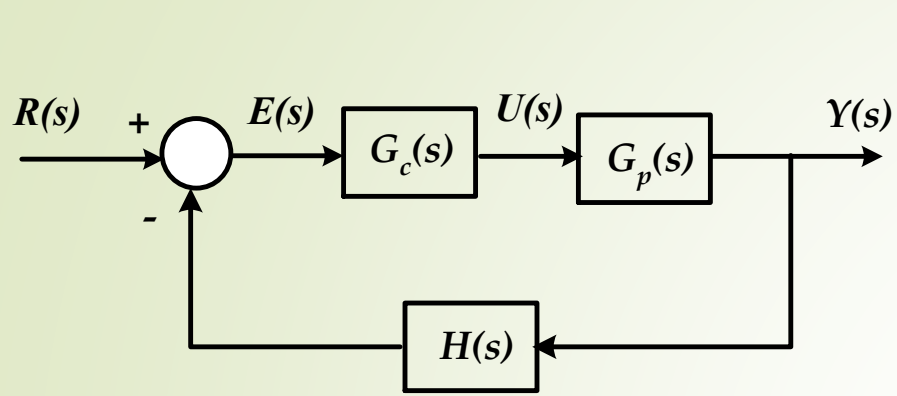


Şekil 5.1 Geri beslemeli seri kompanzasyon yapısı



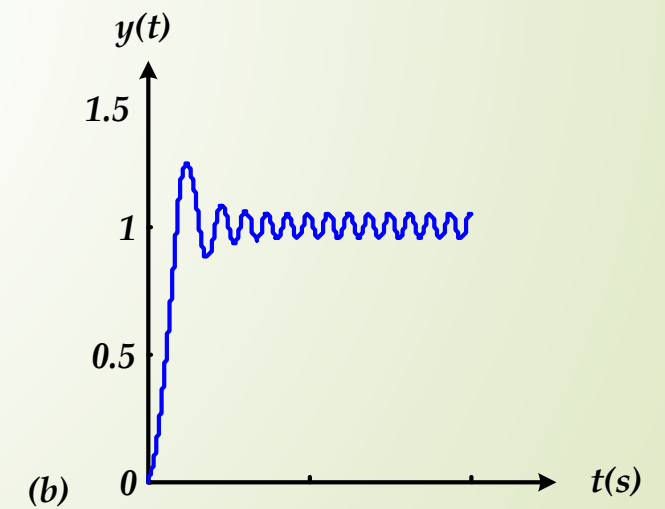
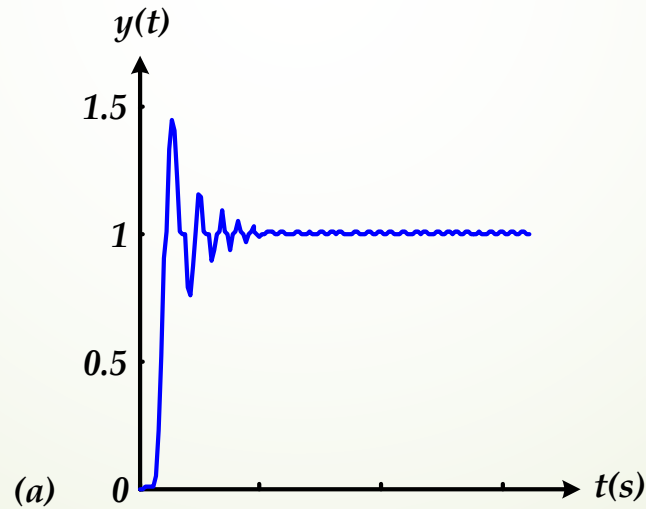
Şekil 5.2 Geri beslemeli seri ve ileri beslemeli kompanzasyon yapısı

5.1.1 İki Konumlu Kontrolörler



$$u(t) = \begin{cases} U_{max} & , \quad e(t) \geq 0 \\ U_{min} & , \quad e(t) < 0 \end{cases}$$

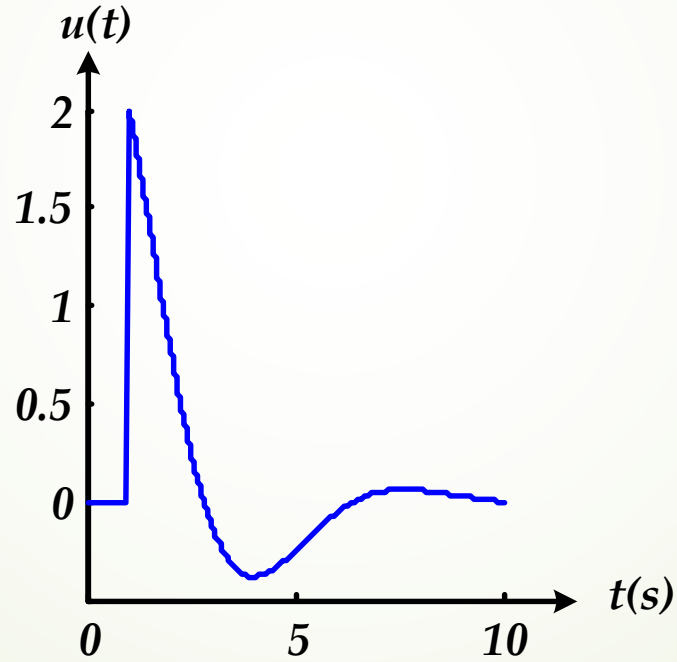
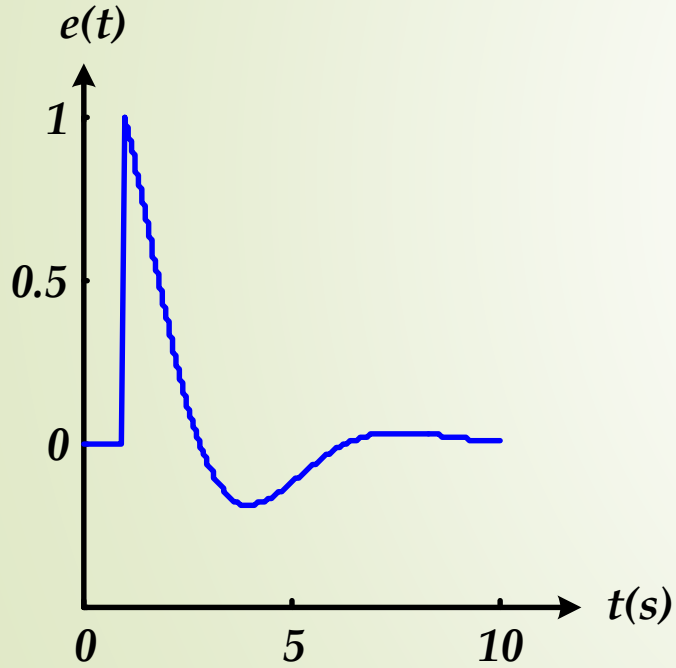
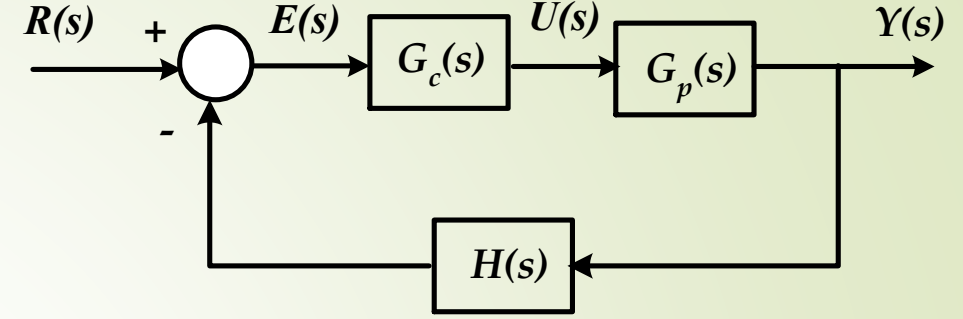
$$u(t) = \begin{cases} U_{max} & , \quad e(t) > +d \\ U_{min} & , \quad e(t) < -d \end{cases}$$



5.1.2 Oransal (P) Kontrolörler

$$u(t) = K_p e(t)$$

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

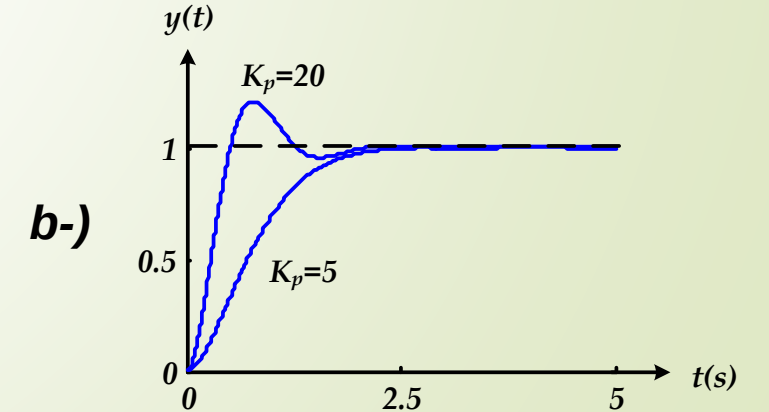
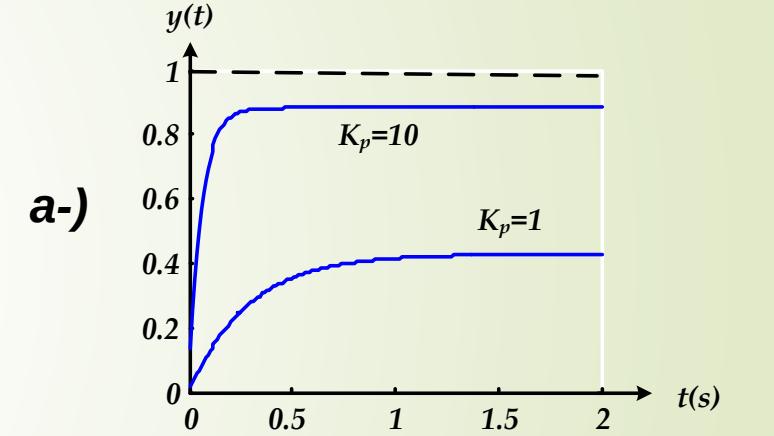
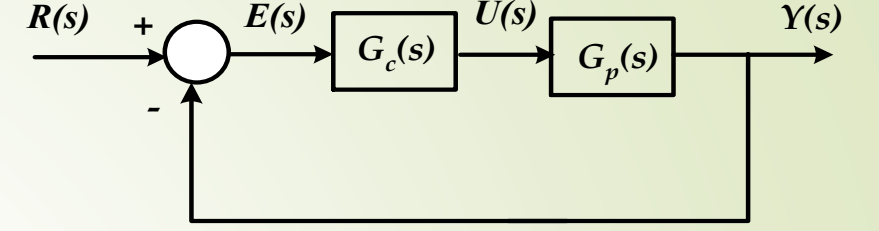


Şekil 5.5 Oransal kontrol etkisi **a-)** kontrolör girişi **b-)** $K_p=2$ için kontrolör çıkışı

Örnek 5.1 Şekilde verilen birim geri beslemeli kontrol yapısında aşağıdaki sistemler için oransal kontrolörün etkisini,

a-) Birinci dereceden tip 0 sistem için $G_p(s) = \frac{3}{s + 4}$

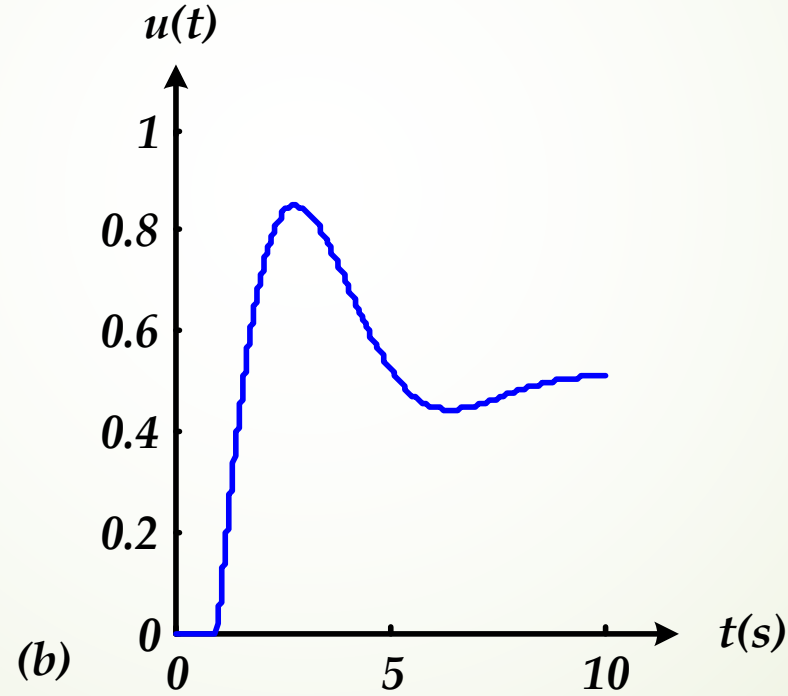
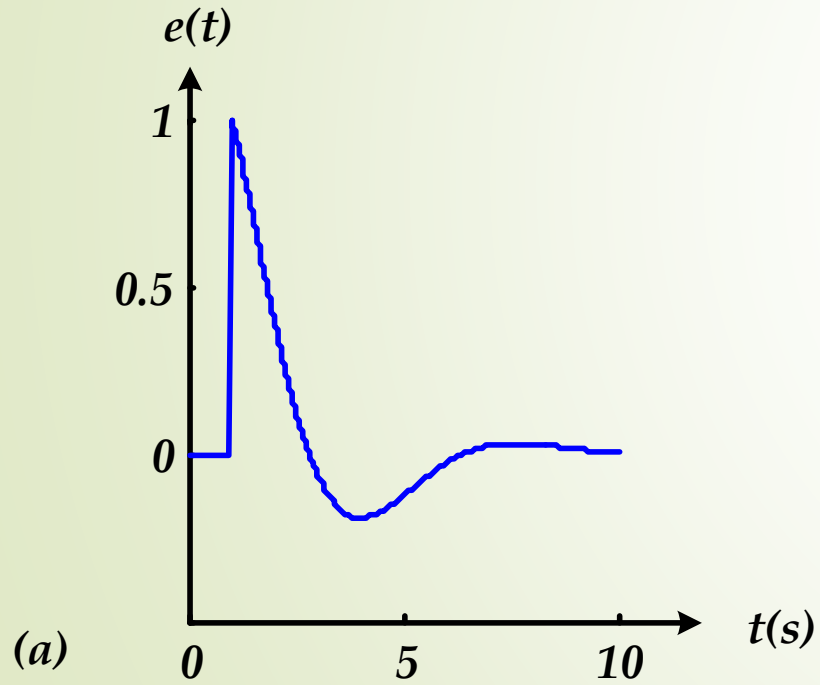
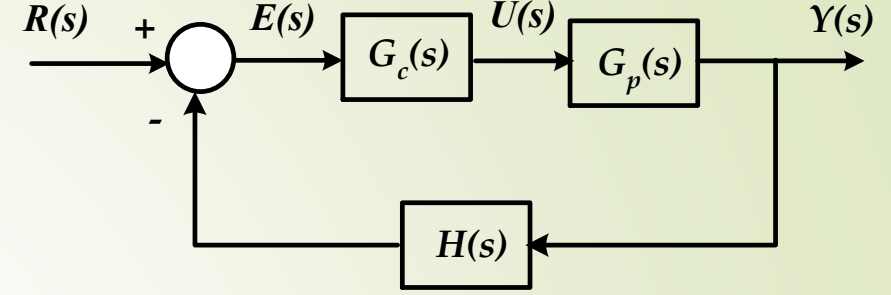
b-) İkinci dereceden tip 1 sistem için inceleyiniz. $G_p(s) = \frac{1}{s(s + 4)}$



5.1.3 İntegral (I) Kontrolörler

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

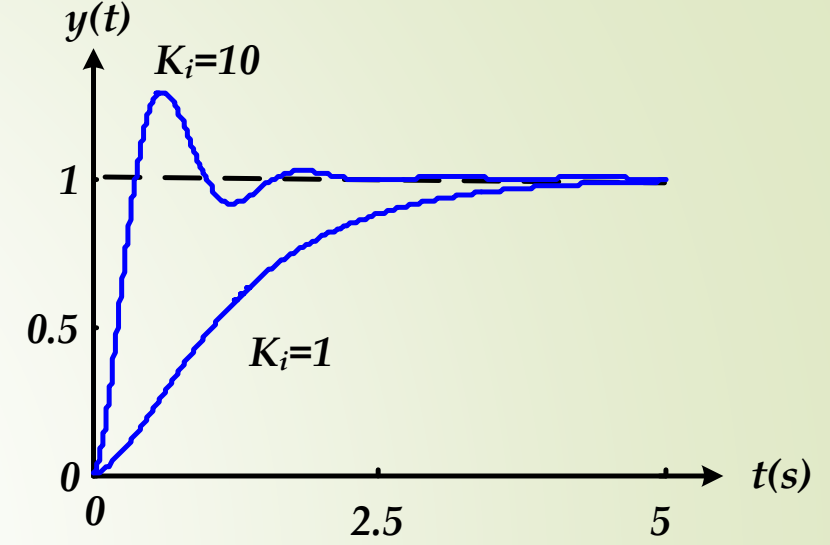
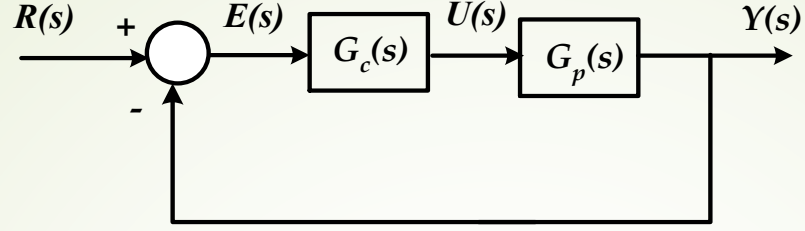
$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$



Şekil 5.6 İntegral kontrol etkisi **a-)** kontrolör girişi **b-)** $K_i=1$ için kontrolör çıkışı

Örnek 5.2 Seri kompanzasyon yapısına göre aşağıda verilen sistem için integral kontrolörün etkisini inceleyiniz.

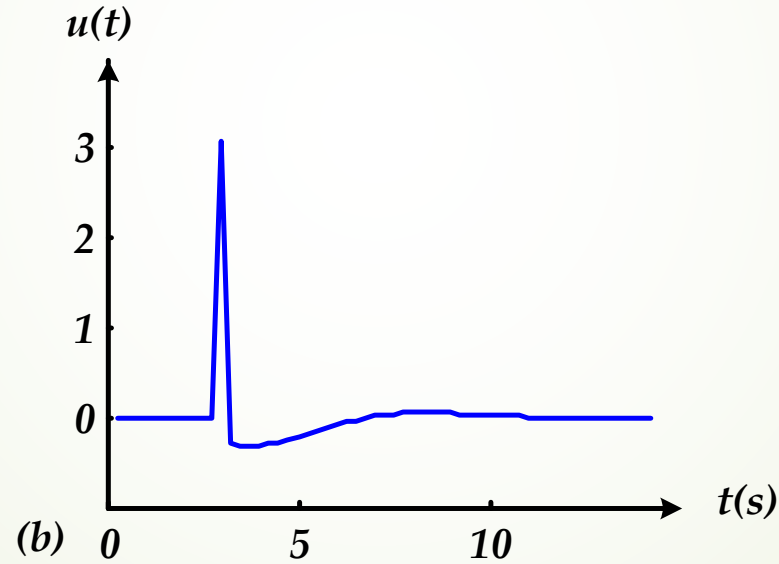
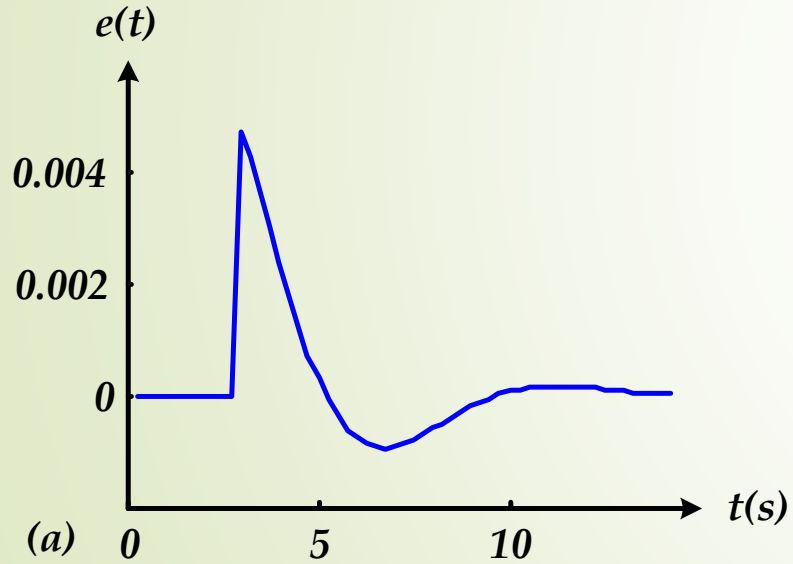
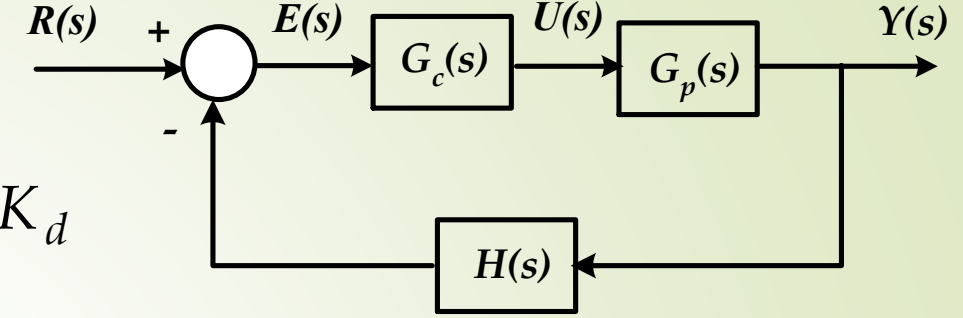
$$G_p(s) = \frac{3}{s + 4}$$



5.1.4 Türev (D) Kontrolörler

$$u(t) = K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = sK_d$$



Şekil 5.7 Türev kontrol etkisi **a-)** kontrolör girişi **b-)** $K_d=1$ için kontrolör çıkışı

5.2 Kontrol Sistemlerinin Tasarım Esasları

5.2.1 PI Kontrolörler: Zaman bölgesi modeli ve transfer fonksiyonu

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt \quad \rightarrow$$

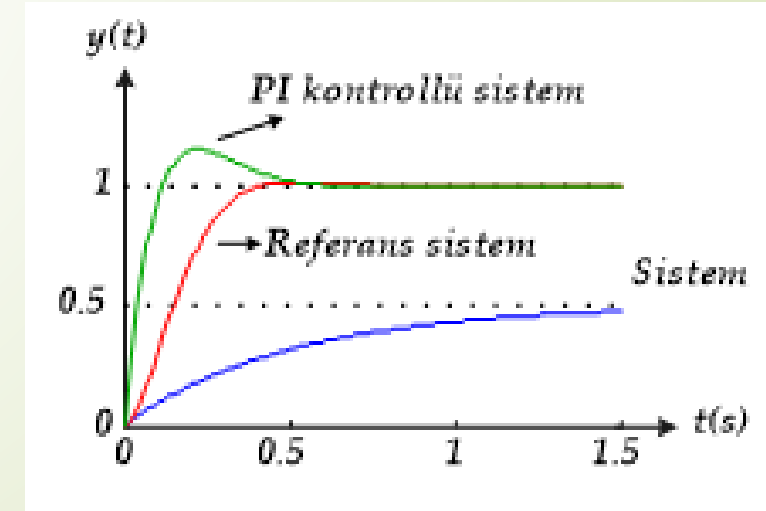
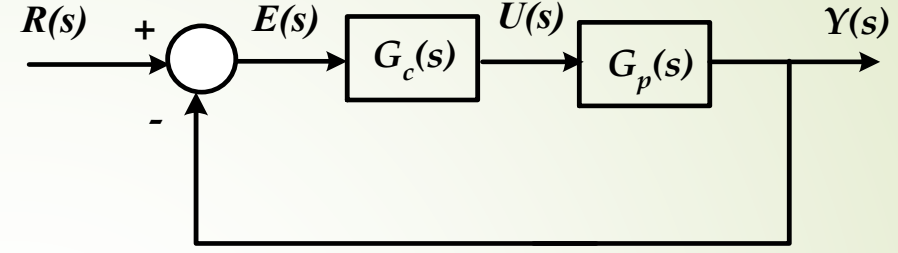
Transfer fonksiyonu

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s} \quad \text{Ya da} \quad G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad \text{Ya da} \quad G_c(s) = \frac{K_c(s + z)}{s}$$

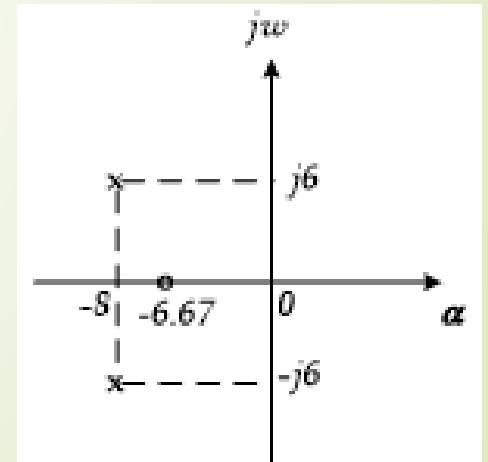
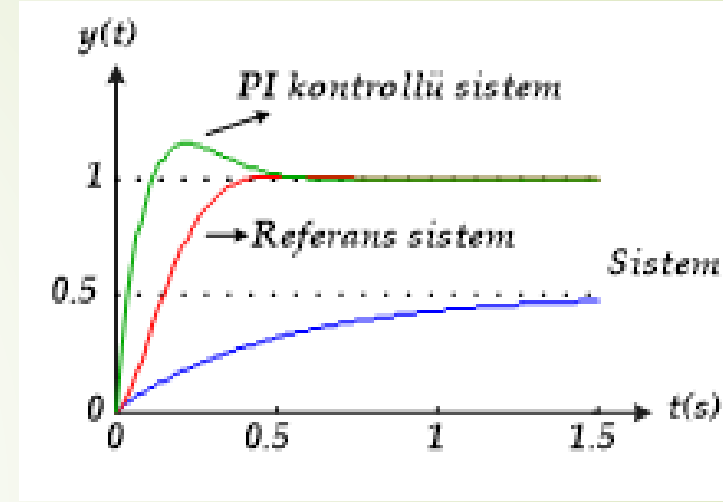
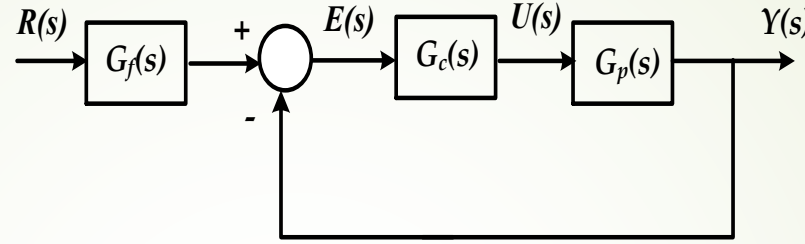
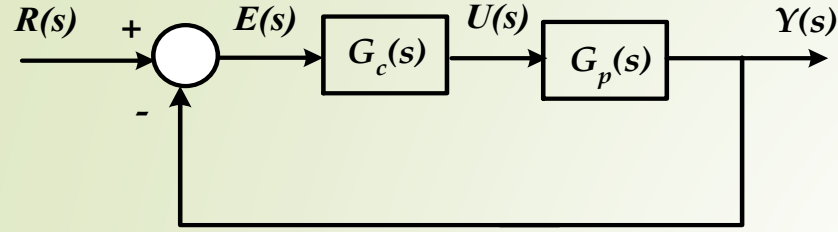
Örnek 5.3 Şekildeki birim geribeslemeli $H(s)=1$ olan kontrol sisteminde, kontrol edilecek sistemin transfer fonksiyonu verilmiştir. Kontrol sisteminin birim basamak giriş için,

a-) $K_p=1$ olan oransal kontrolörle geri beslemeli davranışını inceleyiniz.

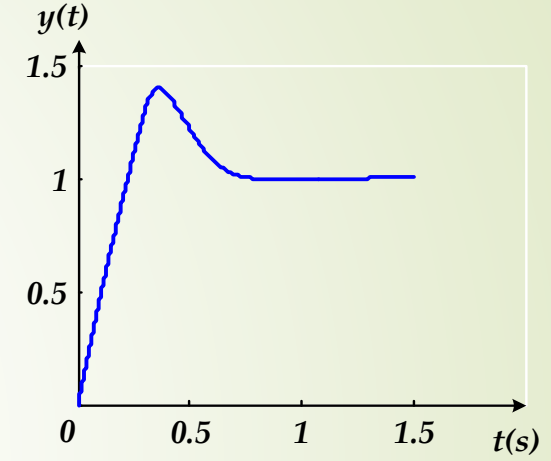
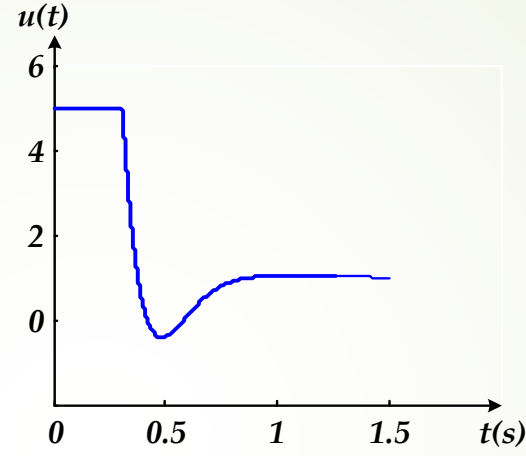
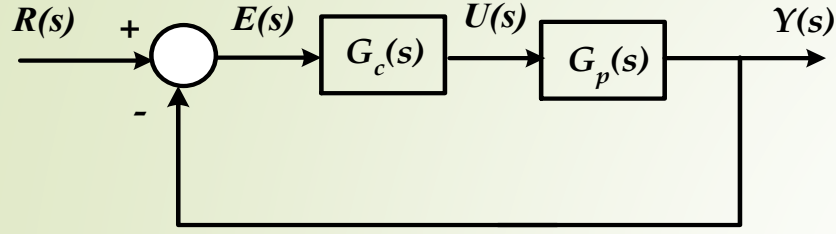
b-) Bu sistemin baskın kutuplarının sönüm faktörü $\zeta=0.8$ ve doğal frekansı $w_n=10$ olacak şekilde bir PI kontrolör tasarlayınız.



c-) Tasarladığınız PI kontrolörle, sistemden beklenen davranışın tam olarak sağlanıp sağlanamayacağını, sağlanamıyorsa nedenini ve çözüm yolunu belirleyiniz.



d-) Sistemin maksimum girişinin ya da diğer bir ifade ile aktüatörün doyum sınırının $U_{max}=5$ olduğunu dikkate alarak sistemden beklenen doğal frekansın (ω_n), belirlenmesi üzerindeki kısıtlayıcı etkisini ve integral kontrolörün yığma etkisini inceleyiniz.



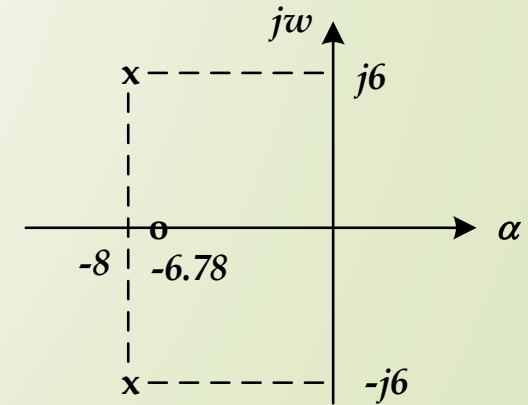
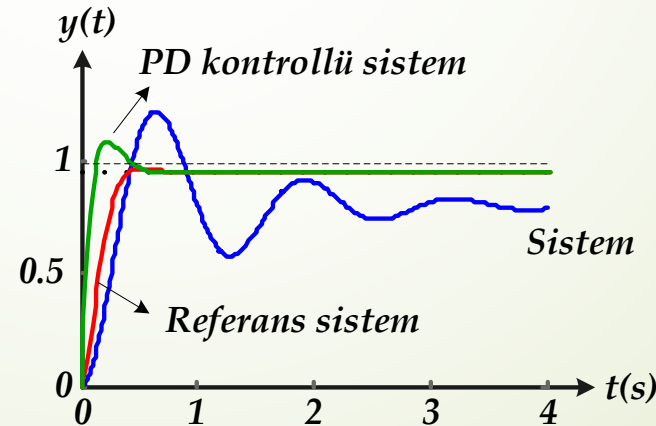
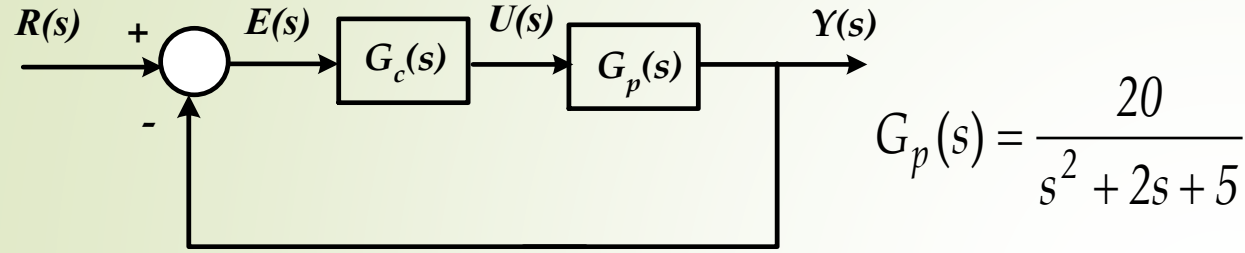
5.2.2 PD Kontrolörler: Zaman bölgesi modeli ve transfer fonksiyonu

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

Transfer fonksiyonu

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + K_d s \quad \text{Ya da} \quad G_c(s) = K_p (1 + T_d s) \quad \text{Ya da} \quad G_c(s) = K_c (s + z)$$

Örnek 5.4 Seri kompanzasyon yapısını esas alarak transfer fonksiyonu verilen sistemin basamak giriş için, $K_p=1$ olan oransal kontrolörle doğal davranışını inceleyerek baskın kutuplarının sönüm faktörü $\zeta=0.8$, doğal frekansı $\omega_n=10$ olacak şekilde bir PD kontrolör tasarlayınız. Tasarladığınız kontrol sisteminin performansını değerlendiriniz.



5.2.3 PID Kontrolörler: Zaman bölgesi modeli ve transfer fonksiyonu

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e(t)$$

Transfer fonksiyonu

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

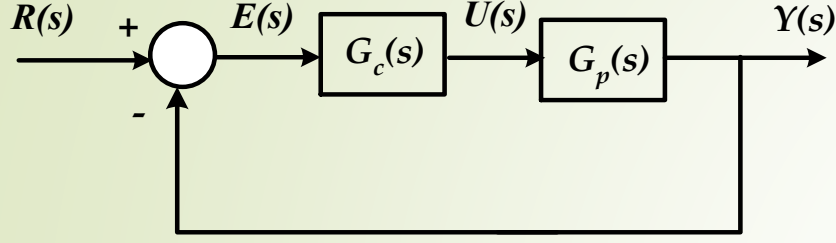
Ya da

$$G_c(s) = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$$

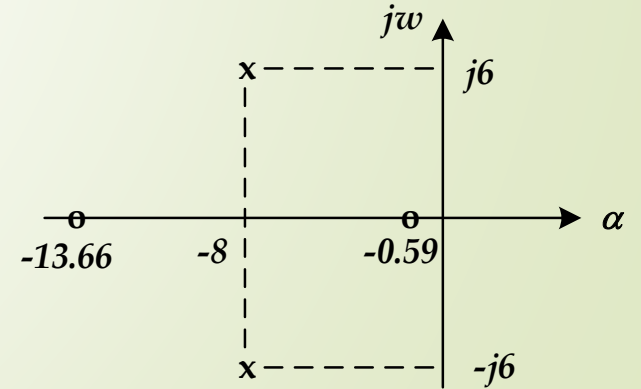
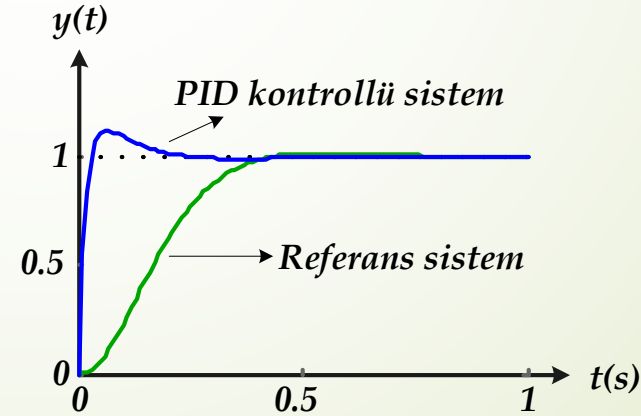
$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

$$G_c(s) = \frac{K_c (s + z_1)(s + z_2)}{s}$$

Örnek 5.5 Seri kompanzasyon yapısını esas alarak transfer fonksiyonu verilen sistemin baskın kutuplarını sönüm faktörü $\zeta=0.8$, doğal frekansı $\omega_n=10$ ve kalıcı durum basamak hatası oluşmayacak şekilde bir PID kontrolör tasarlayınız.



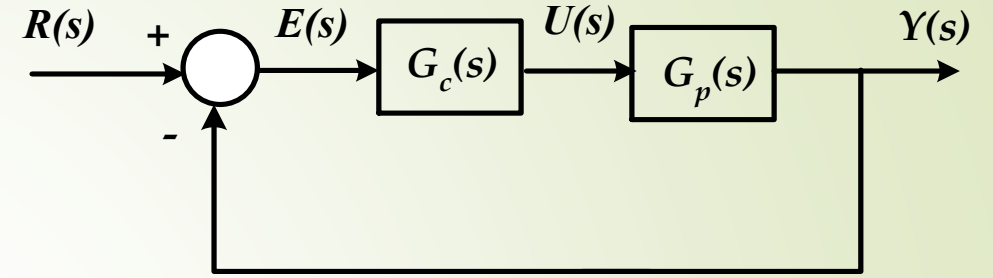
$$G_p(s) = \frac{20}{s^2 + 2s + 5}$$



5.2.4 Kutup-Sıfır İptali ile Kontrol Sistemi Tasarımı

Örnek 5.6 Seri kompanzasyon yapısını esas alarak aşağıda transfer fonksiyonu verilen sistem için kutup-sıfır iptali ile uygun bir kontrolörü tasarlayınız.

$$G_p(s) = \frac{20(s+2)}{(s+1)(s^2+2s+5)}$$



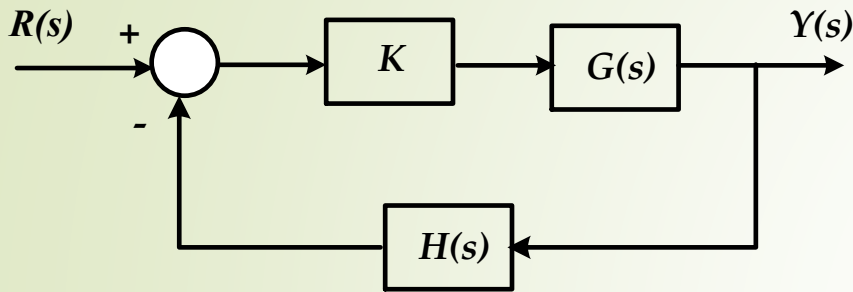
1. Seçenek:
$$G_c(s)G_p(s) = \frac{(K_d s + K_p)(s+1)}{s+2} \cdot \frac{20(s+2)}{(s+1)(s^2+2s+5)} = \frac{20(K_d s + K_p)}{s^2+2s+5}$$

2. Seçenek:
$$G_c(s)G_p(s) = \frac{(K_p s + K_i)(s^2+2s+5)}{s(s+2)} \cdot \frac{20(s+2)}{(s+1)(s^2+2s+5)} = \frac{20(K_p s + K_i)}{s(s+1)}$$

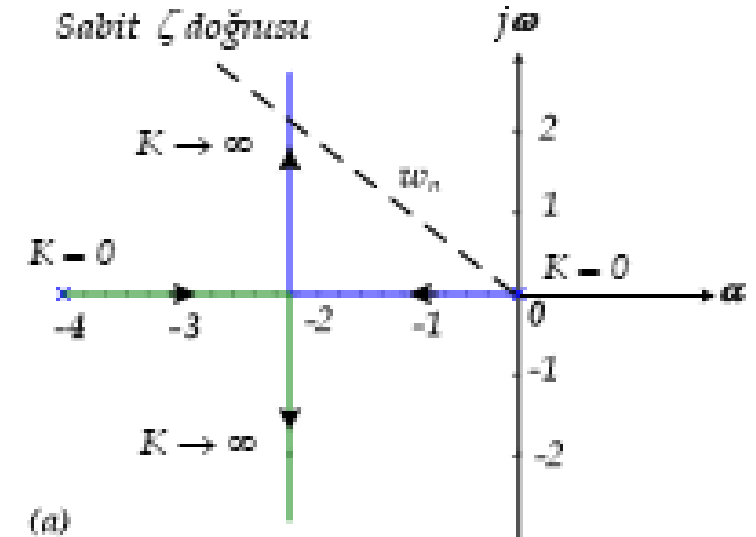
Bölüm 6

Köklerin Yer Eğrisi ve Kontrol Sistemlerinin Analizi

6.1 Köklerin Yer Eğrisi: *Örnek: İkinci Dereceden bir Sistemin KYE*



$$G(s) = \frac{1}{s(s+4)}, \quad H(s) = 1$$



6.1.3 Açı ve Genlik Koşulu

Ek bilgi:

Karmaşık bir s değişkeni için transfer fonksiyonu da karmaşıktır. Karmaşık ifadeler ise kutupsal olarak genlikleri ve açıları ile gösterilebilir.

Örneğin,

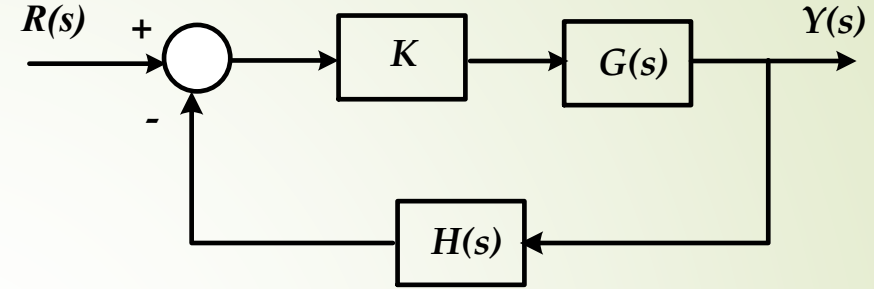
6.1.3 Açı ve Genlik Koşulu

Karakteristik denklem: $KG(s)H(s) = -1$

karmaşık olduğundan ↓

Açı koşulu, $\angle G(s)H(s)|_{s=s_x} = \pm(2k+1)\pi$

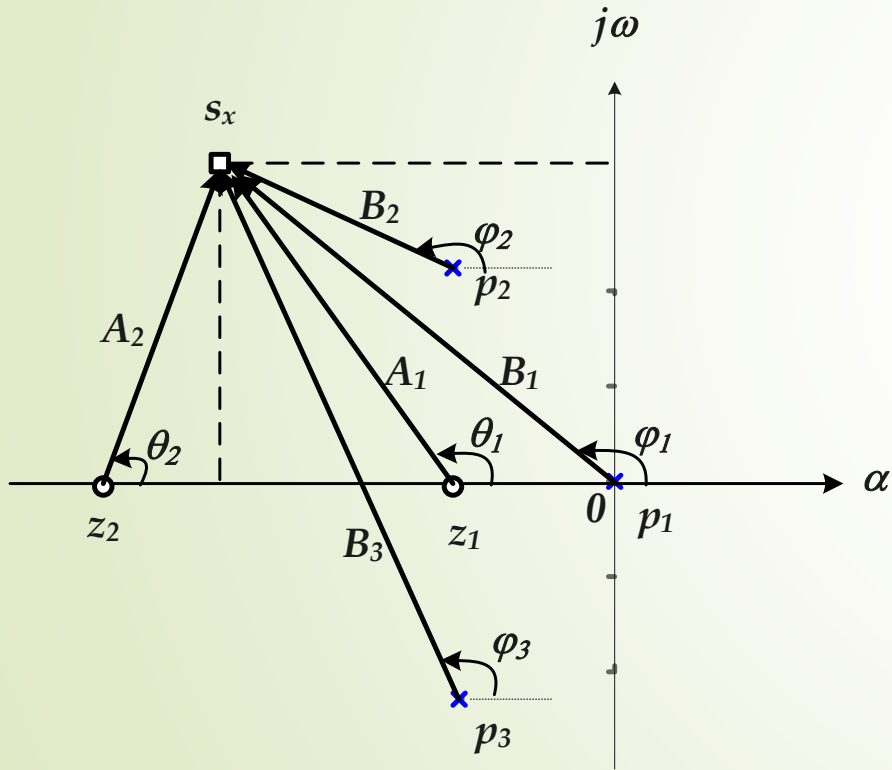
Genlik koşulu $K = \frac{1}{|G(s)H(s)|}|_{s=s_x}$



Özet olarak, bir kontrol sisteminin açık çevrim transfer fonksiyonundan yararlanarak karmaşık s -düzlemindeki herhangi bir $s=s_x$ noktasının, bu sistemin kapalı çevrim karakteristik denkleminin bir kökü olup olmadığı, yani köklerinin yer eğrisi üzerinde olup olmadığı açı koşulundan belirlenebilir. Eğer bu nokta, köklerinin yer eğrisi üzerinde ise bu noktayı karakteristik denklemin bir kökü yapacak K kazancı ise genlik koşulundan belirlenebilir.

Kutup ve Sıfır Vektörlerinden Açı ve Genlik Koşulu

Seçilen bir test noktasına, kutup ve sıfır vektörleri çizilir ve elde edilen dik üçgenlerden yararlanarak açı ve genlik koşulu hesaplanabilir.



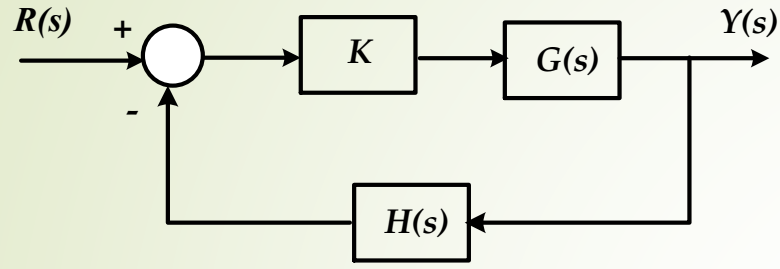
Açık Çevrim Transfer fonksiyonunun açısı
(Açı koşulu)

$$\angle G(s)H(s) \Big|_{s=s_x} = \theta_1 + \theta_2 - \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3$$

Açık çevrim transfer fonksiyonunun genliği
ve genlik koşulu,

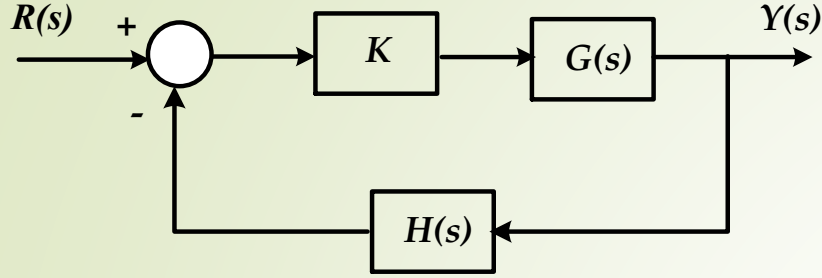
$$|G(s)H(s)| = \frac{A_1 A_2}{B_1 B_2 B_3} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{1}{|G(s)H(s)|} = \frac{B_1 B_2 B_3}{A_1 A_2}$$

Örnek Şekildeki kontrol sisteminin açık çevrim transfer fonksiyonu verilmiştir. **a-)** $s = -2$ **b-)** $s = -1 + j1$ noktası, bu sistemin KYE üzerinde midir? Eğer bu nokta sistemin KYE üzerinde ise KYE'ni bu noktada geçiren (bu noktayı karakteristik denklemin bir kökü yapan) K kazancı nedir?



$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 1}, \quad H(s) = 1$$

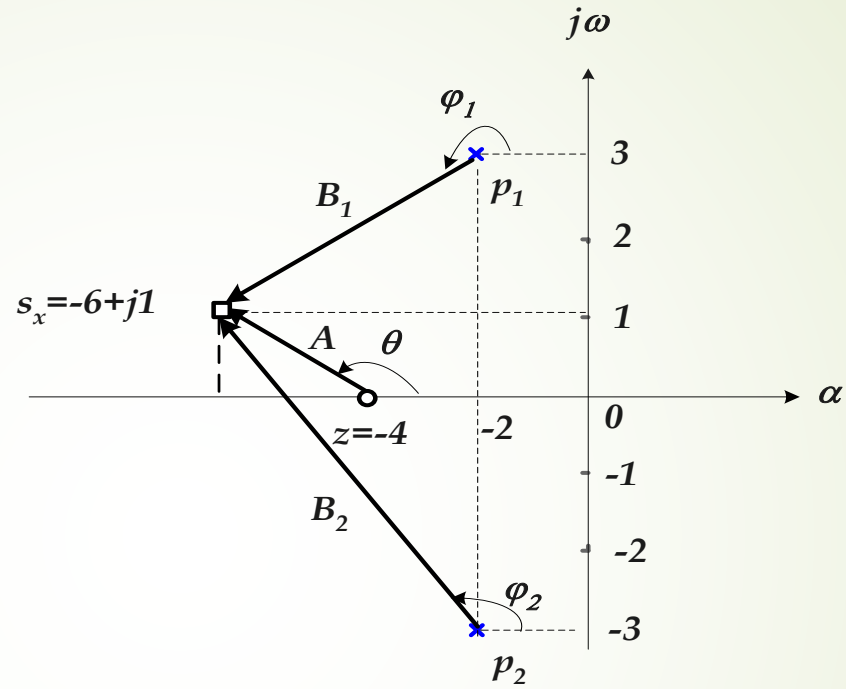
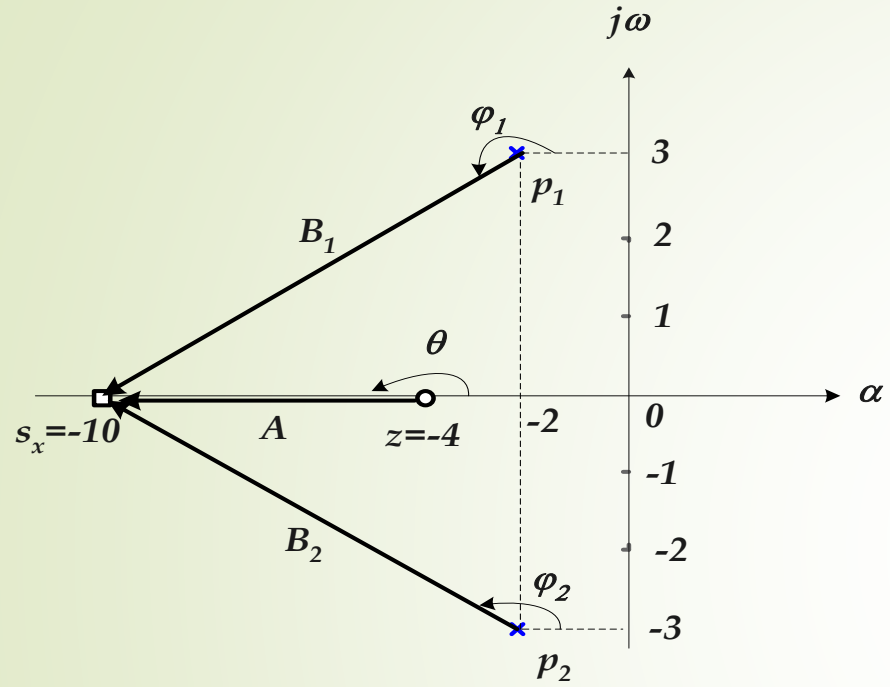
Örnek 6.1 Şekildeki kontrol sisteminin açık çevrin transfer fonksiyonu verilmiştir.



$$KG(s)H(s) = \frac{K(s + 4)}{s^2 + 4s + 13}$$

- a-)** $s = -10$ noktası bu sistemin KYE üzerinde midir? Eğer bu nokta sistemin KYE üzerinde ise KYE' ni bu noktada geçiren (bu noktayı karakteristik denklemin bir kökü yapan) K kazancı nedir?
- b-)** $s = -6 + j1$ noktası bu sistemin KYE üzerinde midir?

c-) Karmaşık s düzleminde, verilen s_x noktalarına göre çizilen kutup ve sıfır vektörlerini gösteriniz



6.2 Köklerin Yer Eğrilerinin Çizim Kuralları

6.2.1 Açık Çevrim Transfer Fonksiyonunda Kazanç Çarpanı

Örnek 6.2 Açık çevrim transfer fonksiyonu verilen sistemde K değişkenini kazanç durumuna getiriniz.

$$G(s)H(s) = \frac{Ks + 1}{s^2 + 4s + 2}$$

6.2.2 Köklerin Yer Eğrisinin Başlangıç ve Bitiş Noktaları

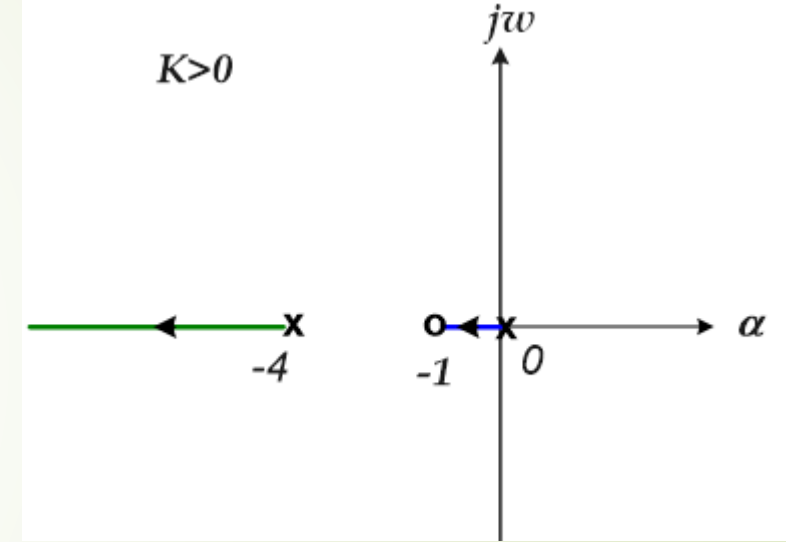
$K=0$ için karakteristik denklemin kökleri, açık çevrimin kutuplarına eşittir.

$K \rightarrow \infty$ için karakteristik denklemin kökleri, açık çevrimin sıfırlarına eşittir.

6.2.3 Gerçek Eksen Üzerindeki Köklerin Yer Eğrisi: Gerçek eksen üzerinde seçilen test noktalarına açı koşulu uygulanarak kolayca belirlenebilir.

Örnek 6.2 Açık çevrim transfer fonksiyonu verilen sistemin köklerinin yer eğrisini, $K>0$ için çiziniz.

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+4)}$$

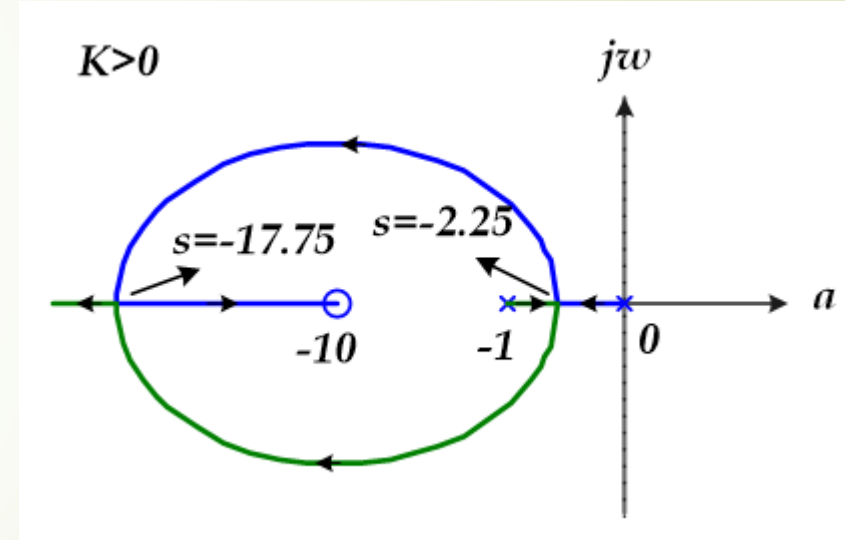


6.2.4 KYE'nin Gerçek Eksenden Ayrılış ve Varış Noktaları

$$K = -\frac{1}{G(s)H(s)} \longrightarrow \frac{dK}{ds} = 0 \quad \text{Denkleminin kökleridir.}$$

Örnek 6.3 Açık çevrim transfer fonksiyonu verilen sistemin köklerinin yer eğrisini, $K > 0$ için çiziniz.

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+10)}{s(s+4)}$$



6.2.5 KYE Dallarının Yaklaştığı Asimptotlar

Asimptotların açıları: $\beta = \frac{\pm(2k+1)\pi}{n-m} \quad K > 0$, $\beta = \frac{\pm 2k\pi}{n-m} \quad K < 0$

Asimptotların gerçekte eksenini kestiği nokta:

Örnek:

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+4)}$$

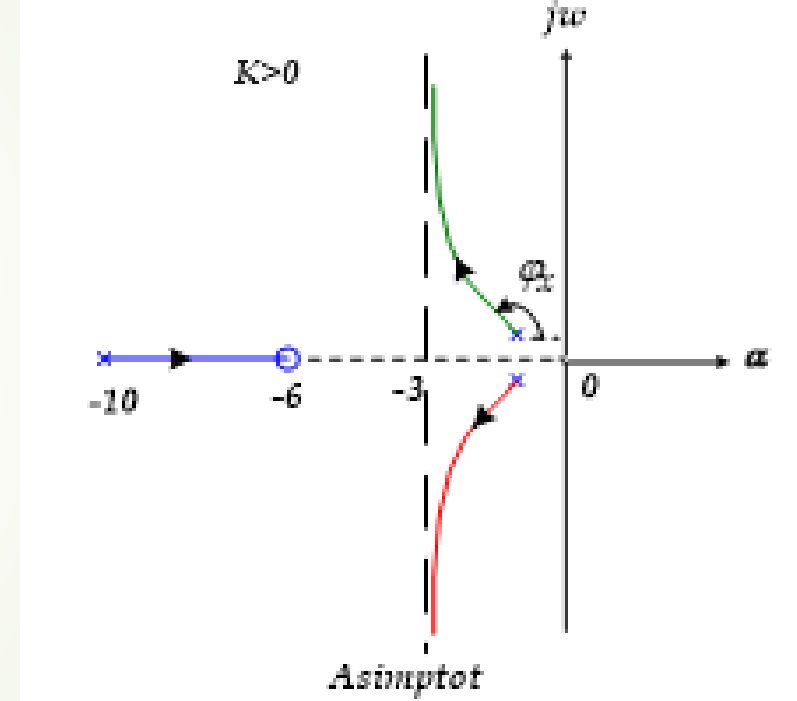
$$\alpha_a = \frac{\operatorname{Re}\left[\sum_{j=1}^n p_j\right] - \operatorname{Re}\left[\sum_{i=1}^m z_i\right]}{n-m}$$

6.2.6 Karmaşık Kutuplardan Ayrılış ve Karmaşık Sıfırlara Varış Açıları

Bu durumda, eğer, ayrılış (ya da varış) açısı bulunacak olan karmaşık kutup (ya da sıfır) noktası, s_x test noktası olarak seçilir ve bu noktaya göre açı koşulu uygulanır.

Örnek 6.4 Açık çevrim transfer fonksiyonu verilen sistemin köklerinin yer eğrisini, $K>0$ için çiziniz.

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+6)}{(s+10)(s^2+2s+5)}$$

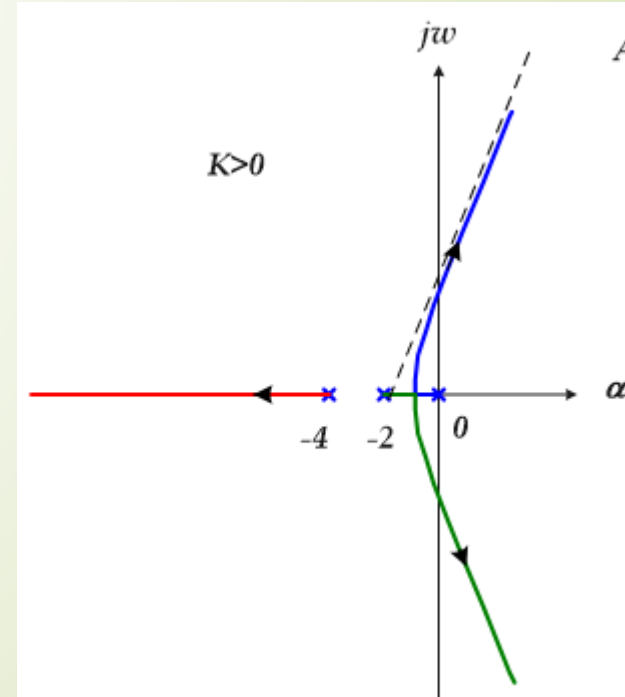


6.2.7 KYE'nin Sanal Eksen Kesme Noktaları

Sistemin KYE'ni kritik kararlılık sınırına getiren kritik K kazancı, Routh-Hurwitz kararlılık kriterinden yararlanarak bulunabilir.

Örnek 6.5 Açık çevrim transfer fonksiyonu verilen sistemin köklerinin yer eğrisini, $K>0$ için çiziniz.

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+4)}$$



6.3 KYE ile Kontrol Sistemlerinin Analizi

6.3.1 Kontrolörlerin Kutupları ve Sıfırları

PD, PI ve PID kontrolörlerin transfer fonksiyonlarını, kontrol edilecek sisteme ekleyecekleri kutup ve sıfırın etkisini belirleyebilmek amacıyla kutup- sıfır düzeninde yazmak daha uygundur.

PD kontrolör

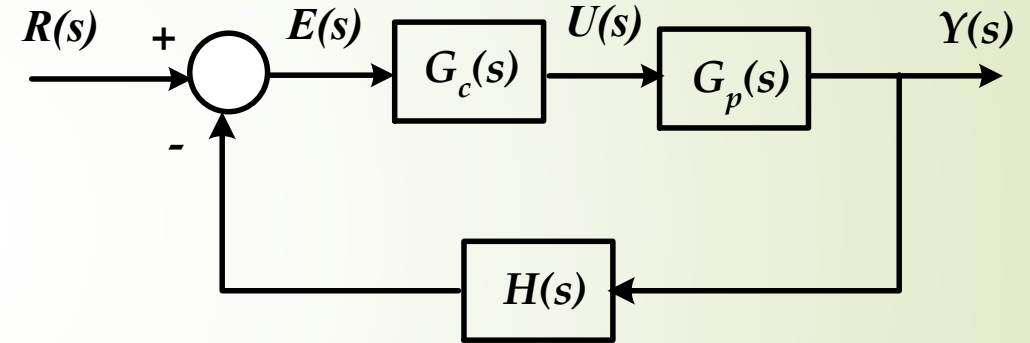
$$G_c(s) = K_p + K_d s = K_c (s + z)$$

PI kontrolör

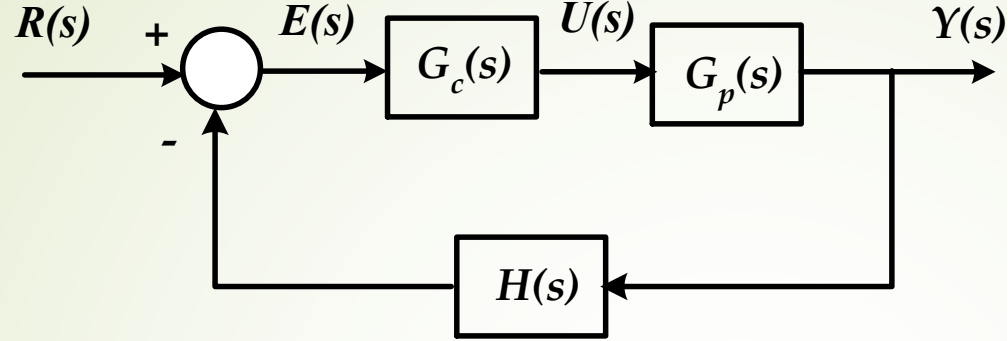
$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_c (s + z)}{s}$$

PID kontrolör

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_c (s + z_1)(s + z_2)}{s}$$



6.3.2 Bir Sistem için Uygun Kontrolörün Seçimi

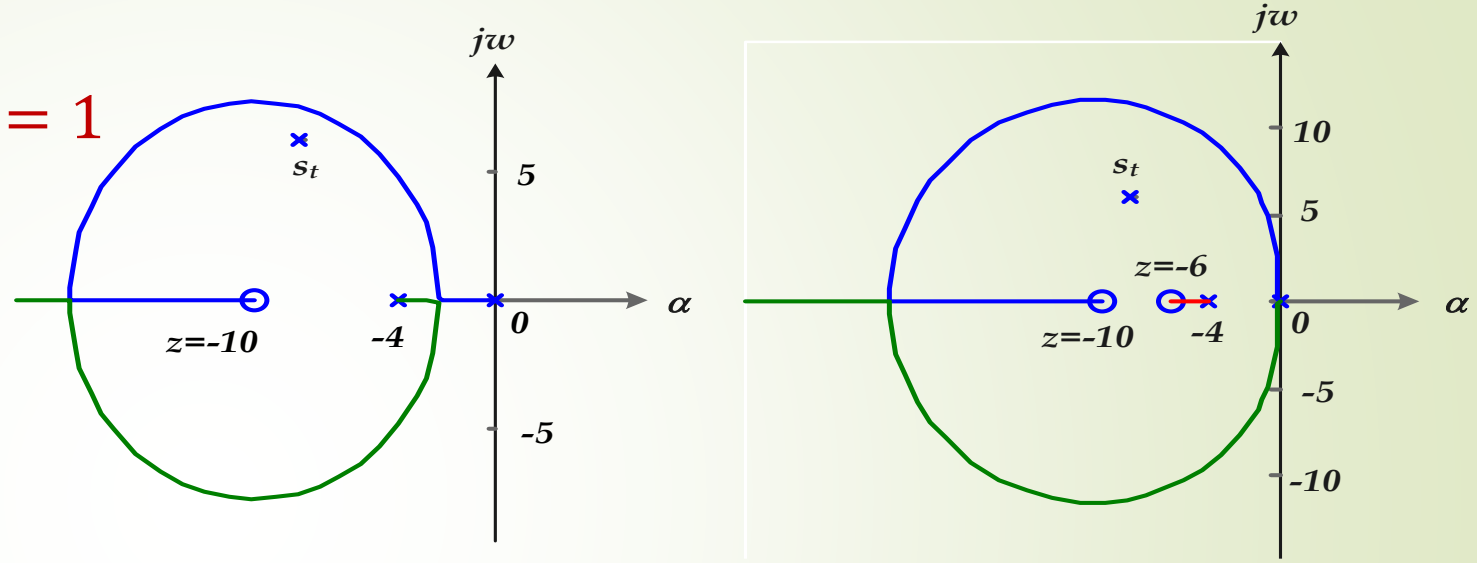
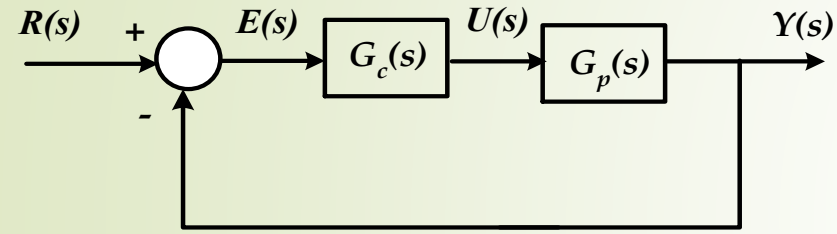


- *PD, PI ve PID kontrolörlerin, açık çevrim sisteme kutup ve/veya sıfır eklemesi, sistemin köklerinin yer eğrisini değiştireceğini ifade eder.*
- *Kontrolörün kutup ve sıfırlarının yerlerine bağlı olarak da KYE'nin arzu edilen bir noktadan geçmesi sağlanabilir.*
- *Arzu edilen nokta, geçici rejim kriterlerini tanımlayan sönüm faktörü ve doğal frekans parametrelerine göre hesaplanan kapalı çevrim kutuplarının yerleştirilmesi istenen noktadır.*

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

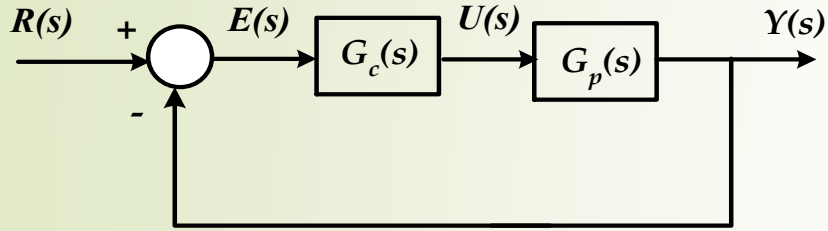
Örnek 6.9 Açık çevrim transfer fonksiyonu verilen sistemin baskın kutuplarının sönüm faktörü $\zeta = 0.8$ ve doğal frekansı $\omega_n = 10$ olacak şekilde hangi kontrolörle kontrol edilebilir.

$$G(s)H(s) = \frac{1}{s(s+4)} = G_p(s), H(s) = 1$$

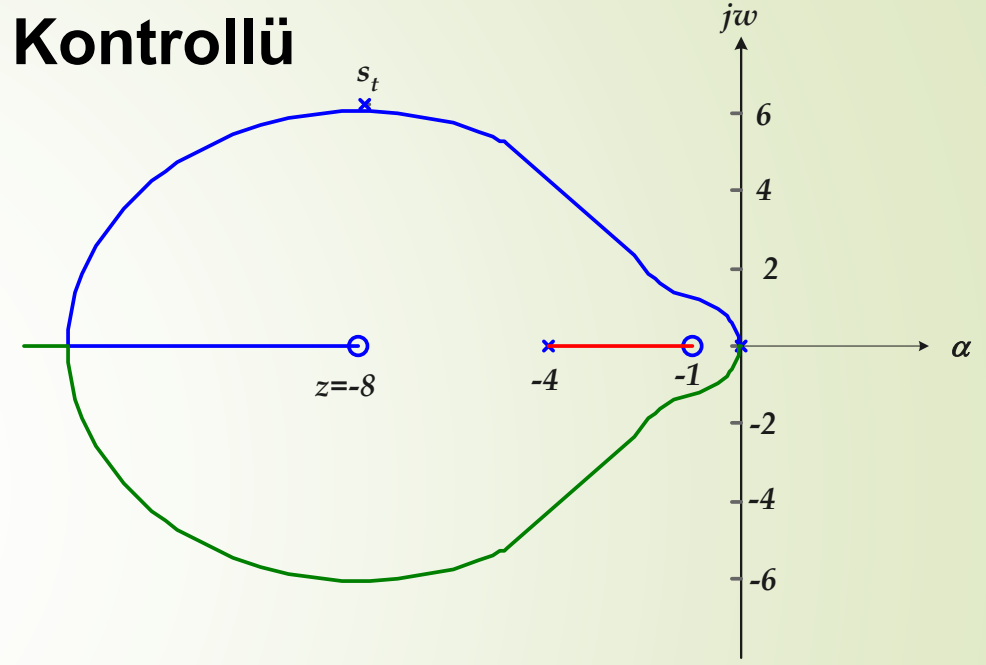


Örnek 6.10 Açık çevrim transfer fonksiyonu verilen sistemin baskın kutuplarının sönüm faktörü $\zeta = 0.8$ ve doğal frekansı $\omega_n = 10$ olacak şekilde hangi kontrolörle kontrol edilebilir.

$$G(s)H(s) = \frac{s+1}{s(s+4)} = G_p(s), H(s) = 1$$



PI Kontrollü



6.3.3 Kontrolör Sıfırlarının Kapalı Çevrim Sisteme Etkisi

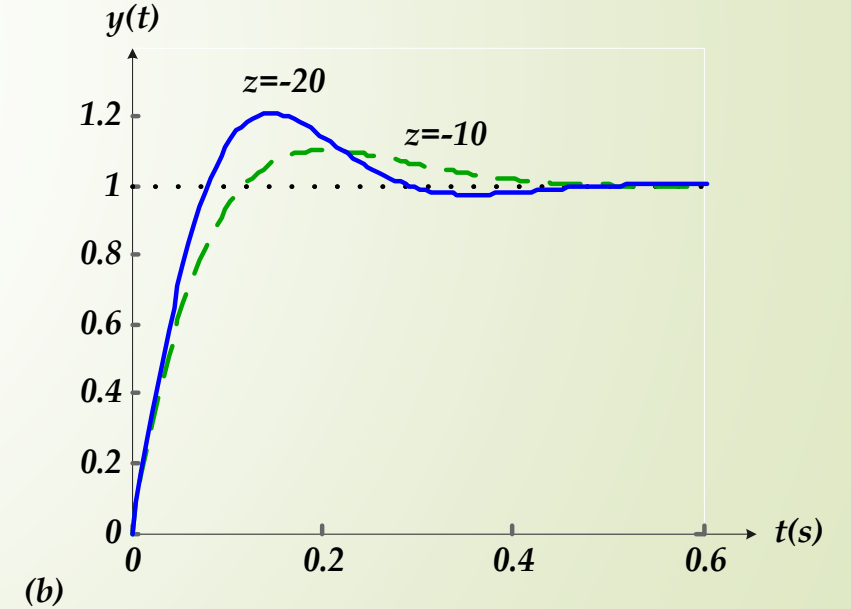
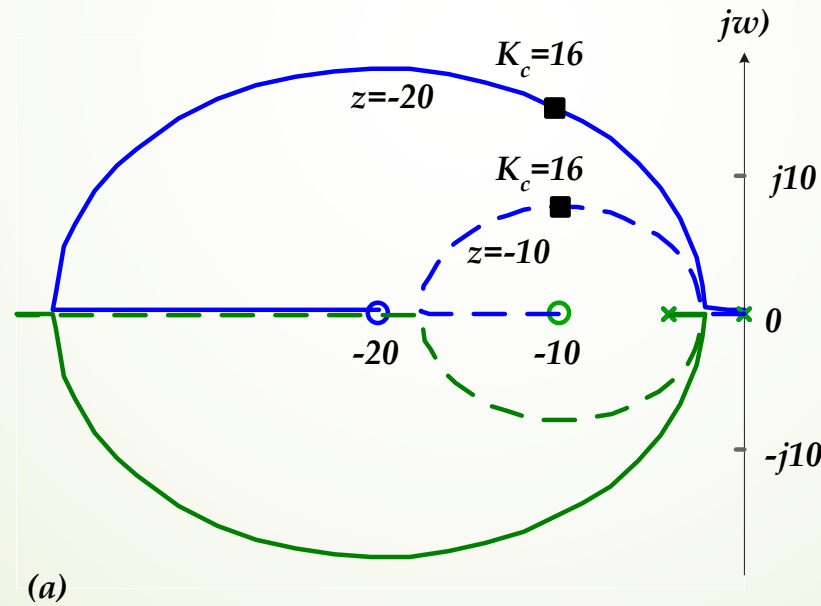
*KYE tekniğinden yararlanarak açık çevrim sisteme eklenen sıfırların, örneğin sisteme seri bağlanan bir kontrolörün sıfırlarının, kapalı çevrim sistemin cevabına etkisi incelenecektir. **Sıfırların yeri değiştirilmiştir.***

Örnek:

$$G(s)H(s) = \frac{1}{s(s+4)}$$

$$T(s) = \frac{K_c(s+z)}{s^2 + (K_c+4)s + K_c z}$$

K_c sabit

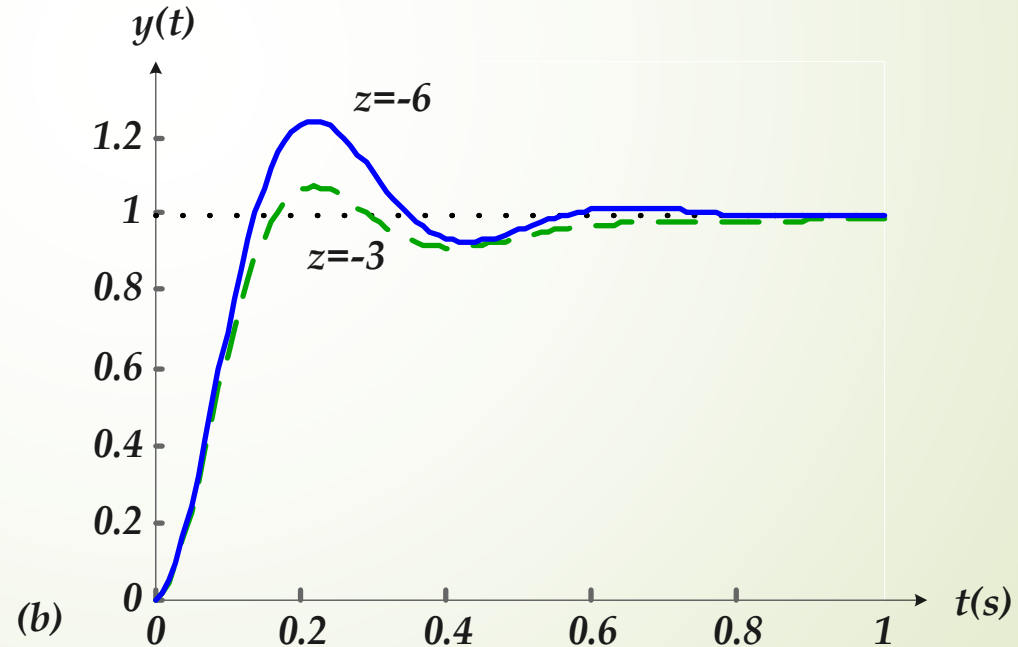
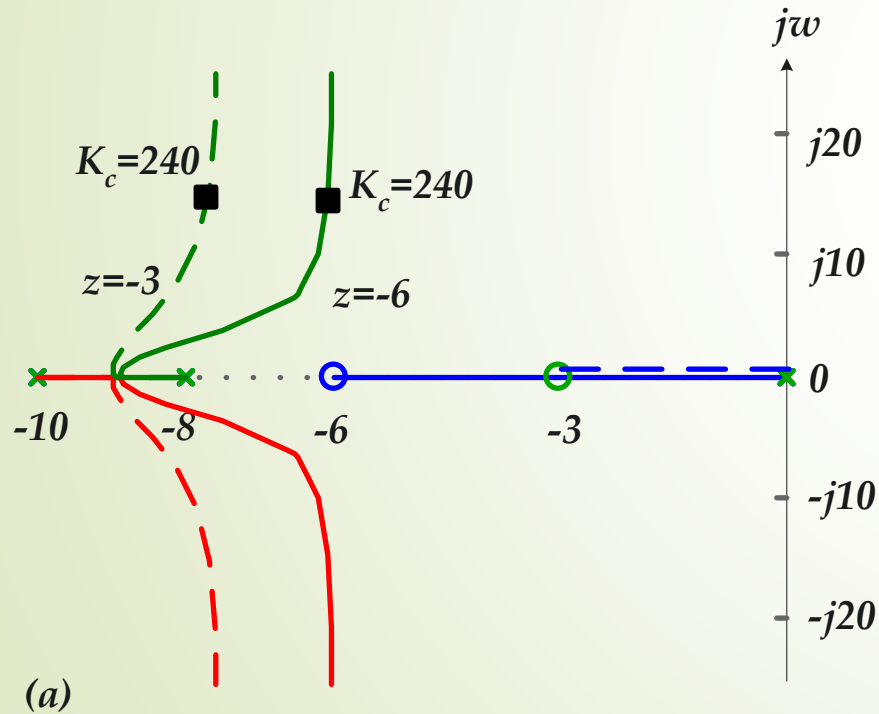


Örnek: Aşağıda verilen sistemi ele alalım.

$$G(s)H(s) = \frac{1}{s(s+8)(s+10)}$$

K_c sabit

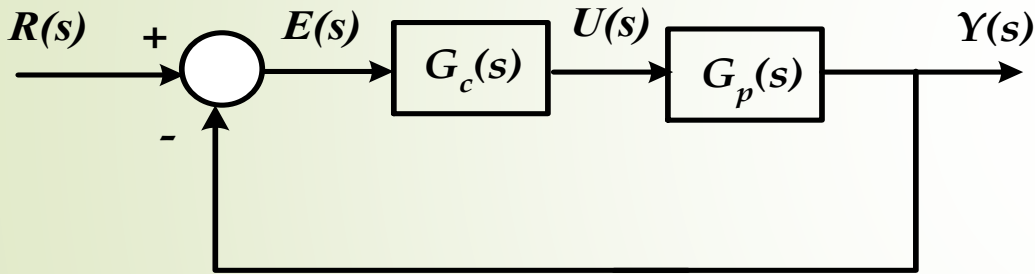
Sıfırların yeri değiştirilmiştir.



Bölüm 7

Köklerin Yer Eğrisi ile Kontrol Sistemlerinin Tasarımı

7.1 Kontrol Sistemlerinin Tasarımında Genel İlkeler

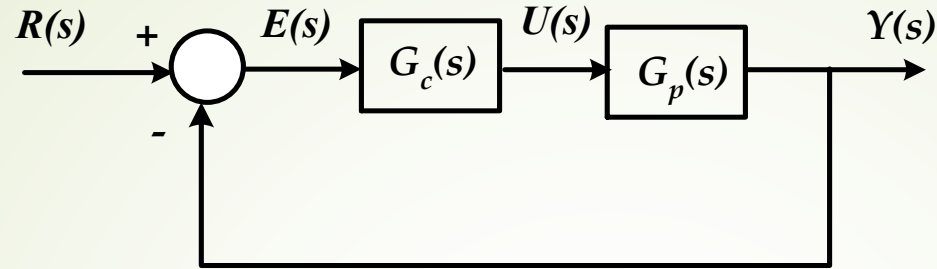


Kontrol sistemlerinin tasarımında temel amaç, bir kontrol sisteminden beklenen geçici ve kalıcı durum kontrol kriterlerini karşılayacak şekilde kontrolör parametrelerinin belirlenmesidir.

7.1.1 Kontrolör ve Kompansatörlerin Açık Katkıları

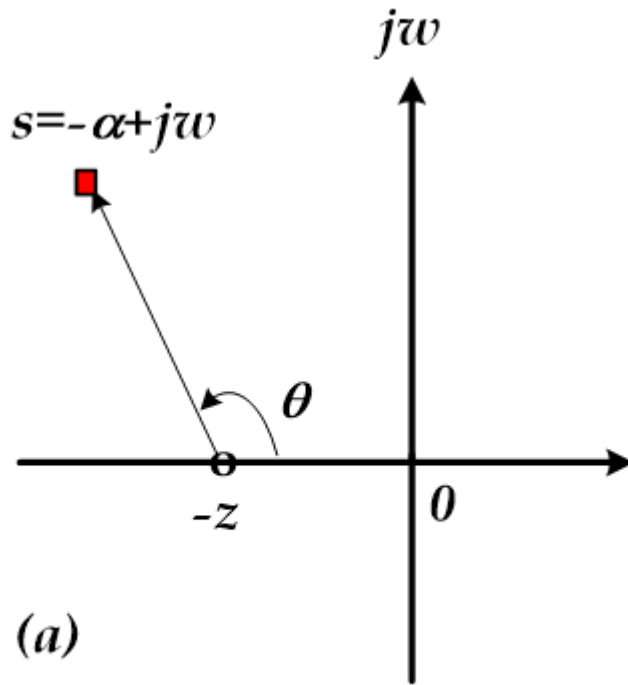
PD

$$G_c(s) = K_c(s + z)$$



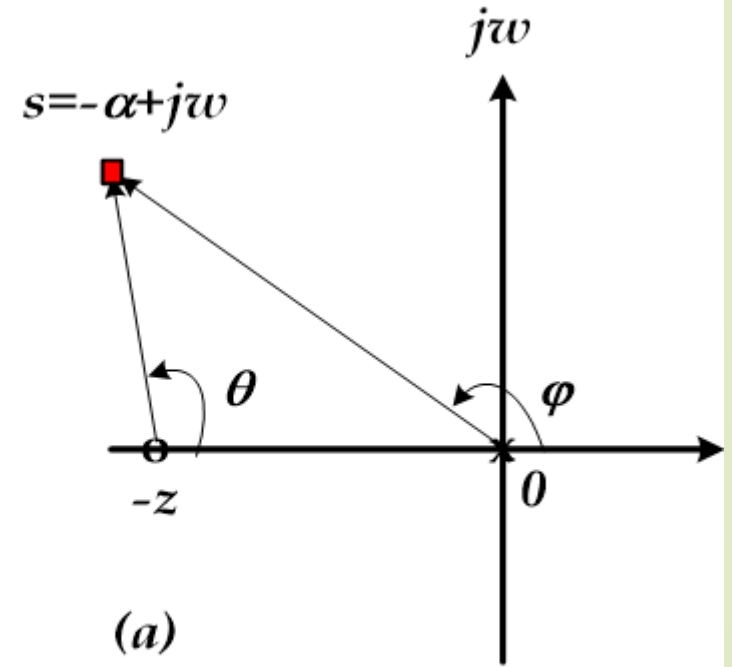
PI

$$G_c(s) = \frac{K_c(s + z)}{s}$$



(a)

Şekil 7.1 a-) PD kontrolörün



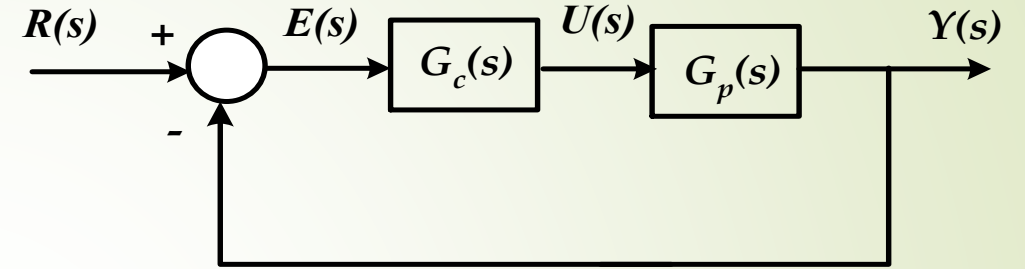
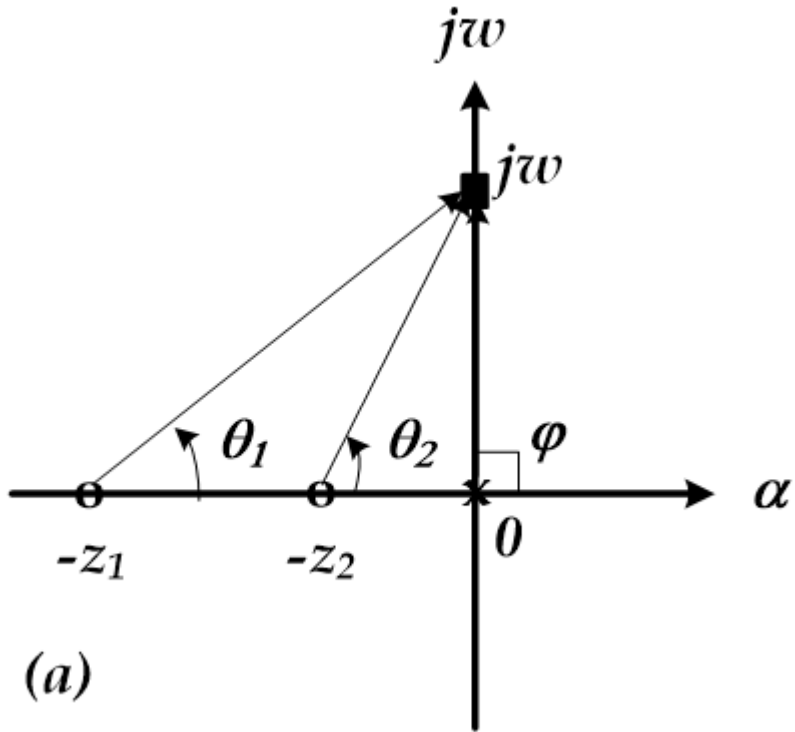
(a)

Şekil 7.2 a-) PI kontrolörün b

Devam: Kontrolör ve Kompansatörlerin Açık Katkıları

PID

$$G_c(s) = \frac{K_c (s + z_1)(s + z_2)}{s}$$



7.2 Kontrolör Tasarımı (Geçici Rejim)

Kontrol edilecek sistemde maksimum aşma, yükselme ve yerleşme süreleri ile ifade edilen geçici rejim kriterleri arzu edildiği gibi değilse temel amaç, sistemin köklerin yer eğrisini, s-düzlemindeki

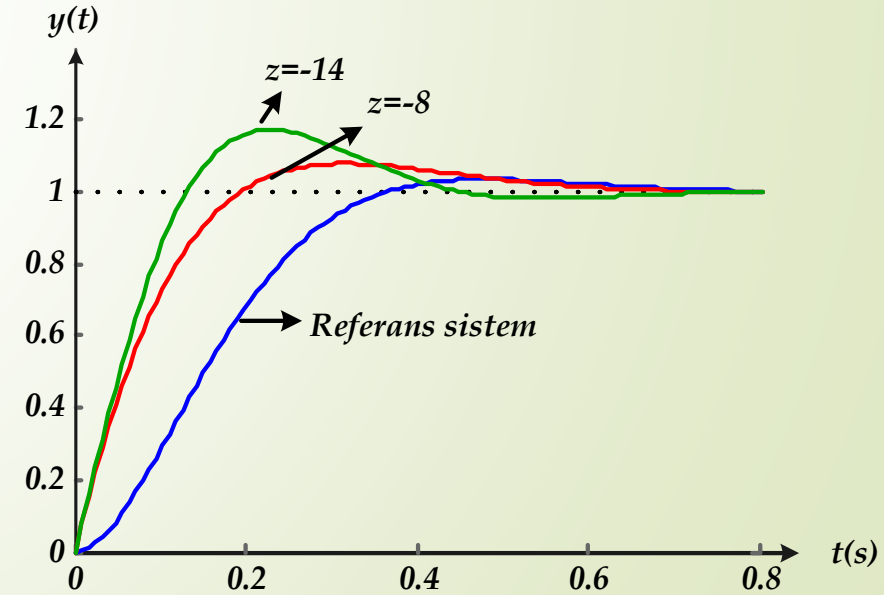
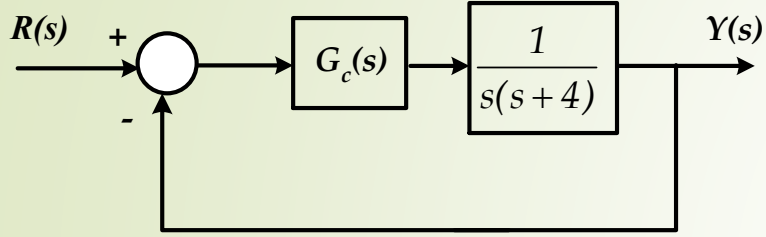
$$s = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

noktasından geçirebilmek olmalıdır. Bu amaç, kontrolörün sisteme uygun bir açı katkısı yapması ve kontrol kazancının uygun ayarlanması ile sağlanabilir.

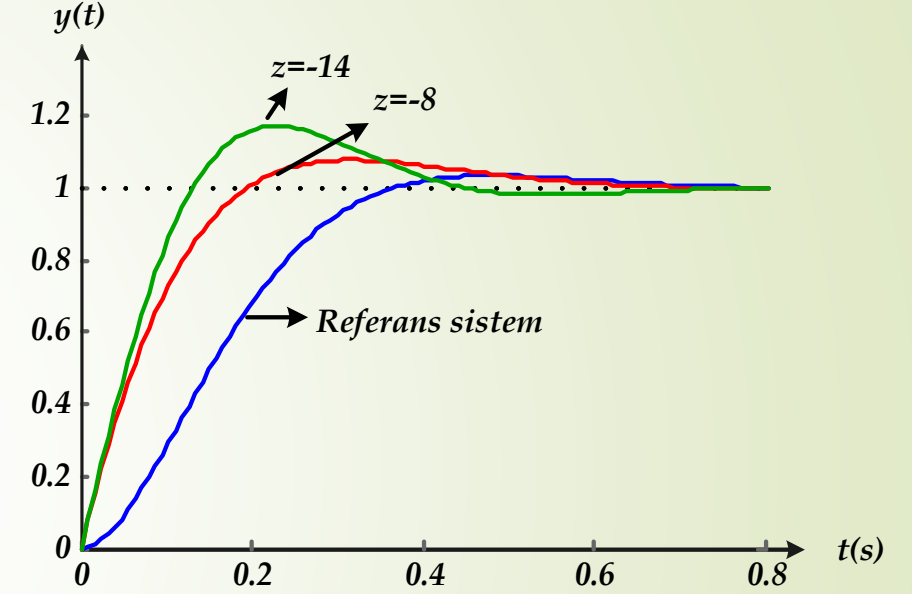
1. *Baskın kutuplarının olması gereken yeri belirlenir.*
2. *KYE'nin, baskın kutuplardan geçebilmesi için kontrolörün sisteme eklemesi gereken faz açısı belirlenir.*
3. *Kontrolörün sisteme eklemesi gereken faz açısı belirlendiğinde kontrolörlerin sıfırı da kolayca belirlenebilir.*
4. *Genlik koşulundan kontrolör kazancı belirlenir.*

Örnek 7.1 Şekilde verilen kontrol sisteminde,

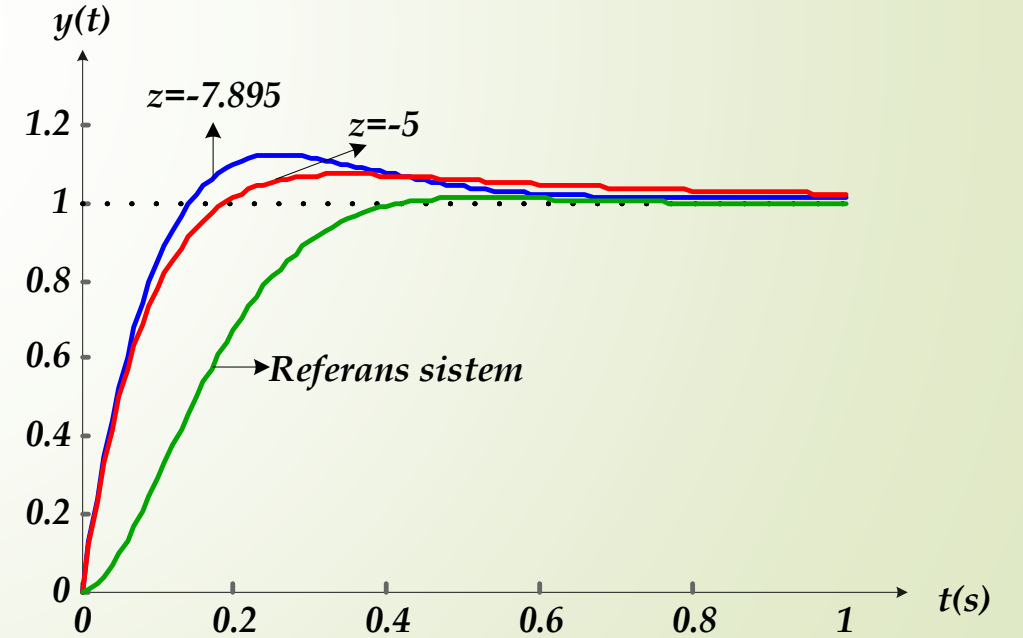
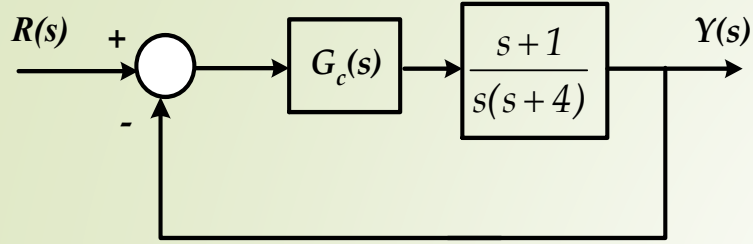
a-) Baskın kutuplarının maksimum aşmasının en fazla %10, yükselme süresinin 0.2 saniyeden küçük ve yerleşme süresinin ise 0.7 saniyeden küçük olması isteniyor. Bu sistem uygun kontrolörü tasarlayınız.



b-) Tasarlanan kontrolör ile sistemin ilgili kalıcı durum nasıl değiştiğini ve istenen kriterlerinin tam olarak sağlanıp sağlanmadığını, sağlanmıyorsa nedenlerini ve çözüm yolunu açıklayınız.

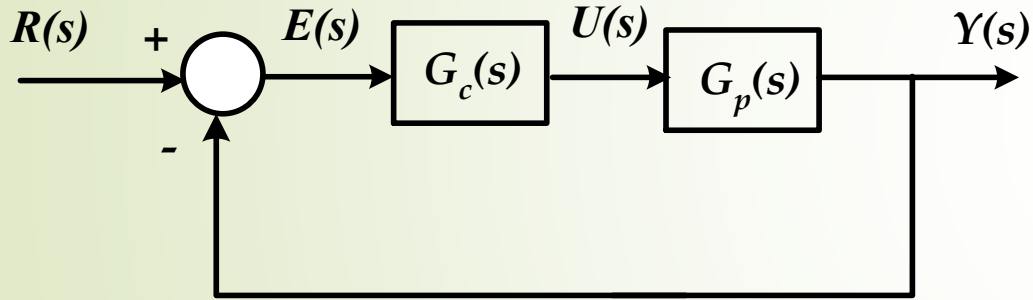


Örnek 7.3 Şekilde verilen kontrol sisteminin baskın kutuplarının sönüm faktörü $\zeta = 0.8$ ve doğal frekansı $\omega_n = 10$ olacak şekilde bir kontrolör tasarlayınız.



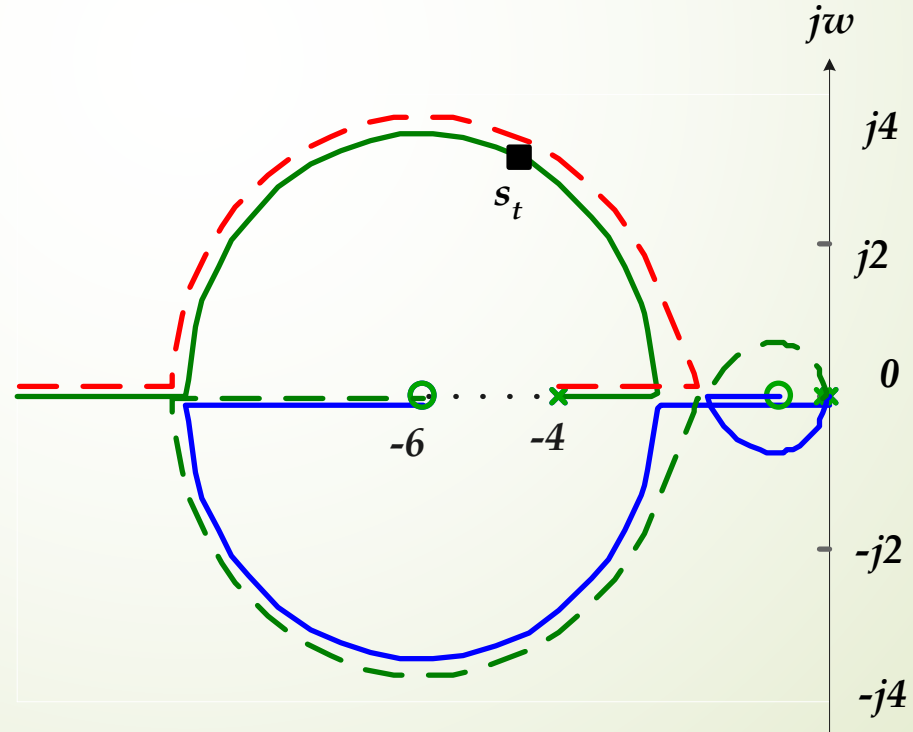
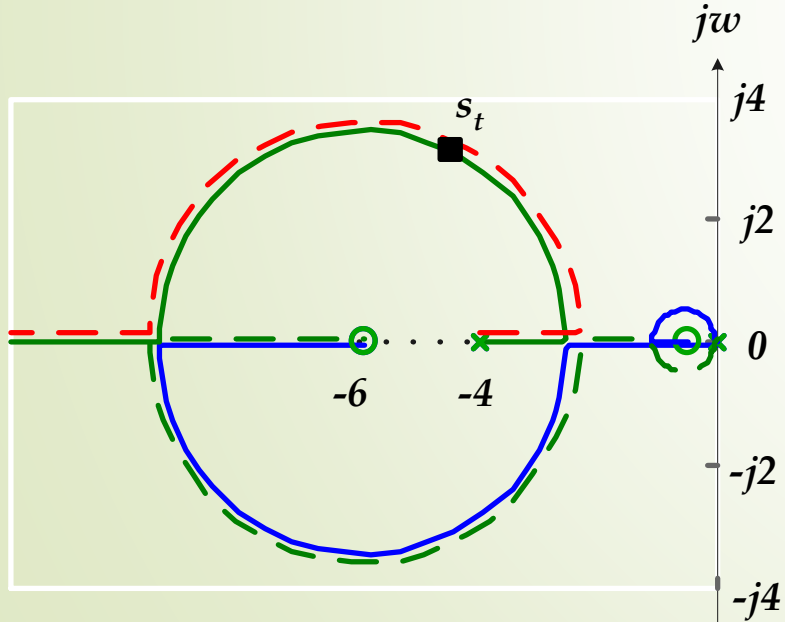
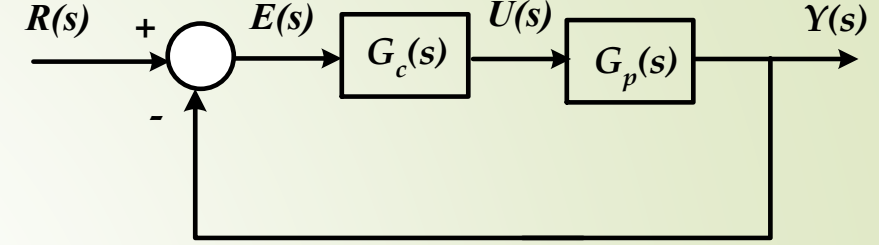
7.3 Kontrolör Tasarımı (Kalıcı Durum Hataları)

*Kalıcı durum hatasını düzeltmek amacıyla bir sisteme bağlanacak kontrolör ya da kompensatörün, **kutup/sıfır oranları ile sistemin kalıcı durum kazancını artırırken diğer yandan da kutup ve sıfırının birbirine çok yakın ve dolayısıyla orijine yakın belirlenmesi gerekir.***



Örnek 7.7 Açık çevrim transfer fonksiyonu verilen sistemin geçici rejim davranışı yeterli görülmekte ancak rampa hatasının sıfır yani $K_v = \infty$ ya da en azından $K_v = 100$ olması istenmektedir. PI ya da FGK 'ü tasarlayınız.

$$G(s)H(s) = \frac{5(s+6)}{s(s+4)}$$



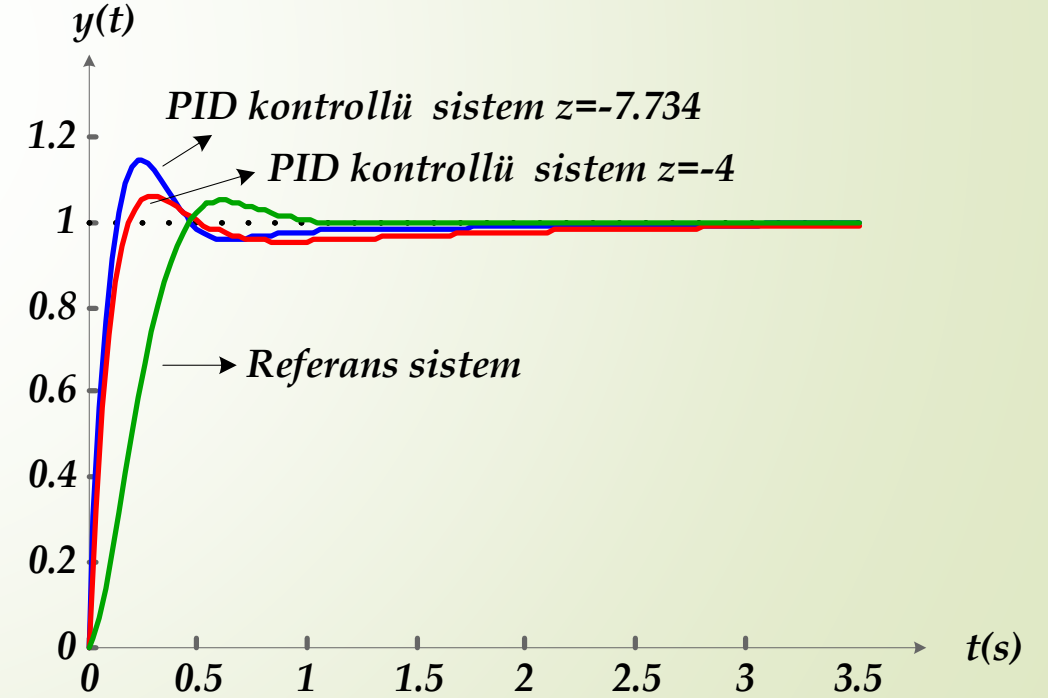
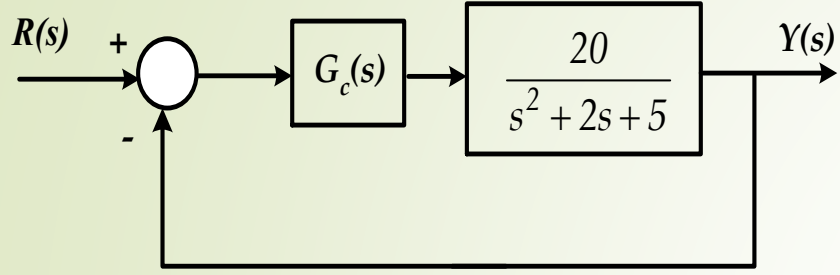
7.4 PID Kontrolör

Bir kontrol sisteminde hem geçici rejim kriterlerinin hem de kalıcı durum hatalarının yeterli olmaması durumunda genellikle PID kontrolörlerin tasarlanması gerekir.

PID, oransal-türev ve oransal-integral bileşenlerinin her ikisini de ihtiva ettiğinden genellikle bu kontrolörlerin bileşenleri de ayrı ayrı tasarlanabilir.

Örneğin, PD bileşen, geçici rejim kriterlerini ve PI bileşen ise kalıcı durum hatalarını düzeltmek için tasarlanabilir.

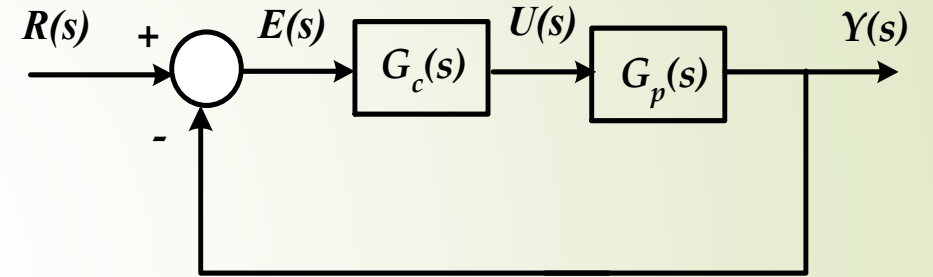
Örnek 7.9 Açık çevrim transfer fonksiyonu verilen sistemin $\zeta = 0.7$ ve $\omega_n = 10$ olması ve ayrıca basamak hatasının sıfır $K_p = \infty$ yani olması istenmektedir. Gerekli kontrolörü tasarlayınız.



7.5 PID Kontrolörleri Ayarlama Yöntemleri

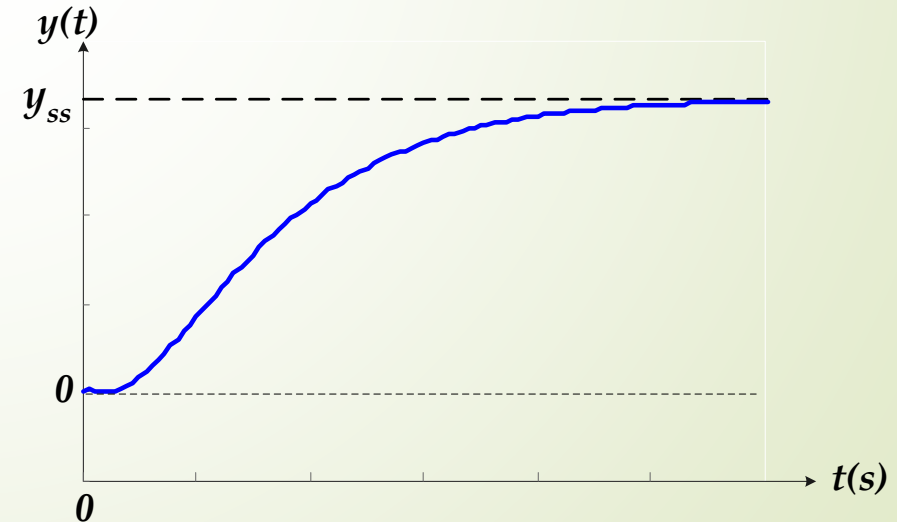
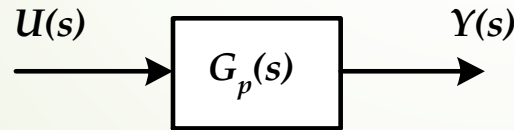
Matematiksel modeli bilinmeyen ya da doğru bir matematiksel modeli elde edilemeyen sistemler için kontrolör tasarımı ???

PID $G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$

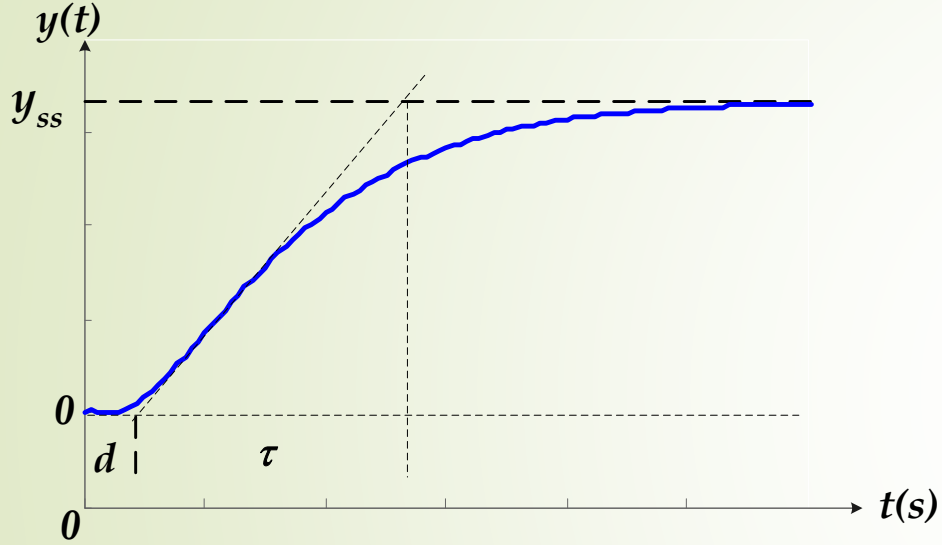


7.5.1 Açık Çevrim Yöntemler

$$G_p(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-ds}$$



Ziegler-Nichol (ZN) Yöntemi



$$G_c(s) = 0.6\tau \frac{(s + \frac{1}{d})^2}{s}$$

Tablo 7.1 Ziegler-Nichols'un açık çevrim yöntemi

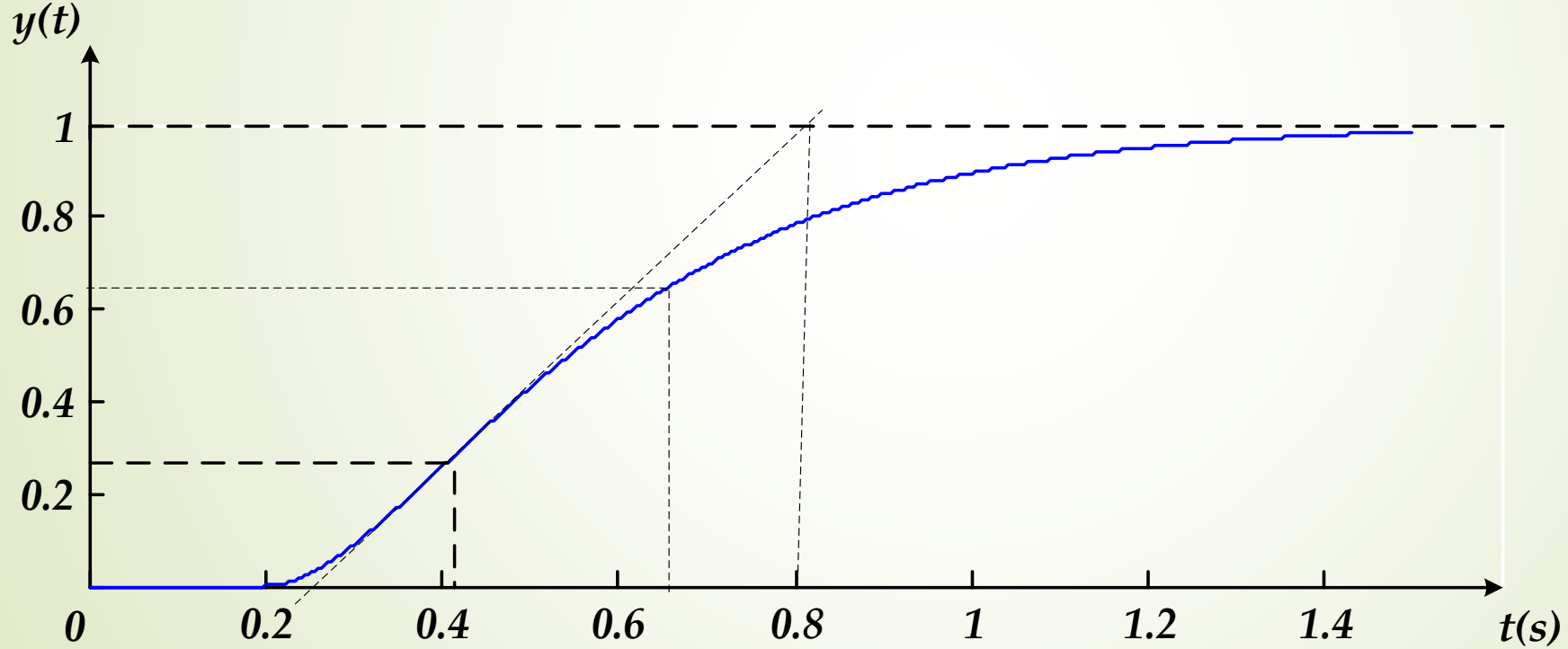
Kontrolör	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{1}{K} \frac{\tau}{d}$	∞	0
PI	$0.9 \frac{1}{K} \frac{\tau}{d}$	$\frac{d}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{1}{K} \frac{\tau}{d}$	$2d$	$0.5d$

Örnek 7.12 Şekilde bir sistemin birim basamak cevabı verilmiş ve üzerinde çeşitli noktalar işaretlenmiştir.

a-) Ziegler-Nichols'un birinci yöntemi ile

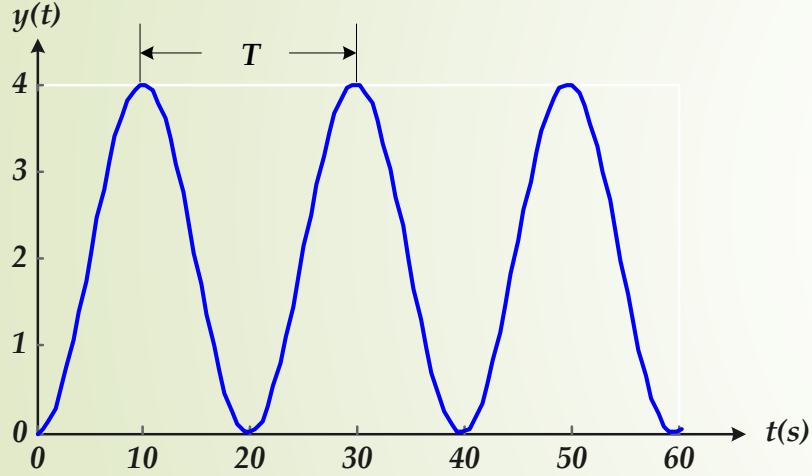
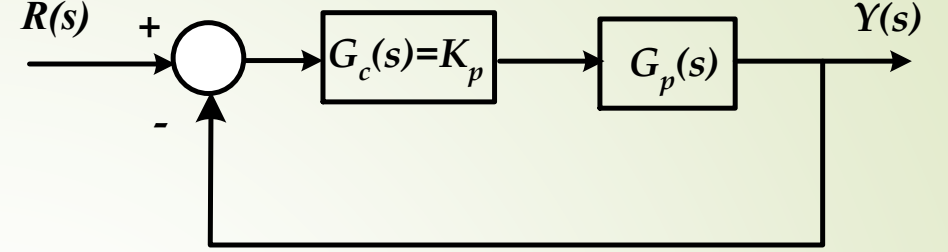
b-) CHR yöntemi ile,

c-) Cohen-Coon Yöntemi ile bu sistem için bir PID kontrolör tasarlayınız



7.5.2 Kapalı Çevrim Yöntemler

Ziegler-Nichols Yöntemi



$$G_c(s) = 0.075K_{pcr}T \frac{(s + 4/T)^2}{s}$$

Tablo 7.4 Ziegler Nichols'un kapalı çevrim yöntemi

Kontrolör	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{pcr}$	∞	0
PI	$0.45K_{pcr}$	$\frac{1}{1.2}T$	0
PID	$0.6K_{pcr}$	$0.5T$	$0.125T$

Örnek 7.13 Şekilde, oransal kontrolör kazancı artırılarak $K_{pcr} = 48$ olduğu anda bir sistemin birim basamak cevabı verilmiştir. Ziegler-Nichols'un ikinci yöntemi ile bu sistem için bir PID kontrolör tasarlayınız.

