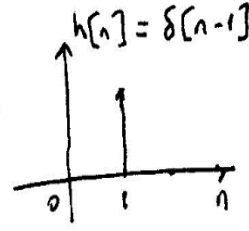


S.1.) a.) $y[n]=x[n-1]$ ve b.) $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau)d(\tau)$ sistemleri veriliyor. Her birinin impuls cevaplarını bulunuz ve impuls cevapları bakımından kararlı, bellekli ve nedensel olup olmadıklarını belirleyiniz. (10p)

c.1.) a.) $y[n]=x[n-1]$, $h[n]=\delta[n-1]$

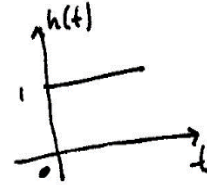


$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\delta[n-1]| = 1 < \infty \quad \underline{\text{kararlı.}}$$

$h[n]=K\delta[n]$ şeklinde olsaydı, yani $n \neq 0$ için $h[n]=0$ olsaydı belleksiz olacaktı.
 $n \neq 0$ için $h[n] \neq 0$ olduğundan bellekli.

$h[n]=0$ $n < 0$ olduğundan nedensel.

b.) $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau$, $h(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\tau)d\tau = u(t)$



$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|d\tau = \int_0^{\infty} d\tau = \infty \quad \underline{\text{kararsız.}}$$

$h(t)=K\delta(t)$ şeklinde olsaydı, yani $t \neq 0$ için $h(t)=0$ olsaydı belleksiz olacaktı.
 $t \neq 0$ için $h(t) \neq 0$ olduğundan bellekli.

$h(t)=0$ $t < 0$ olduğundan nedensel.

S.8.) Euler bağıntısını ve s bölgesinde öteleme özelliğini yazınız. Bunları ve $u(t)$ 'nin laplace dönüşümünü kullanarak $e^{-at}\cos\omega_0 t u(t)$ 'nin Laplace dönüşümünü yazınız.(10p)

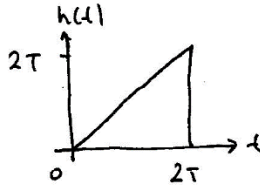
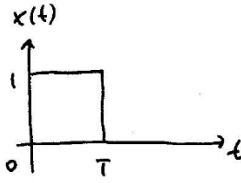
C.8.) $\cos\omega_0 t = \frac{1}{2}(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$, s bölgesinde öteleme $x(t) \leftrightarrow X(s)$ $\gamma B=R$
 $u(t) \leftrightarrow \frac{1}{s} \quad \text{Re}(s) > 0$
 $e^{s_0 t} x(t) \leftrightarrow X(s-s_0)$
 $R' = R + \text{Re}(s_0)$
 $\cos\omega_0 t u(t) \leftrightarrow \frac{1}{2} \frac{1}{s-j\omega_0} + \frac{1}{2} \frac{1}{s+j\omega_0} = \frac{s}{s^2 + \omega_0^2} \quad \text{Re}(s) > 0$
 $e^{-2t} \cos\omega_0 t u(t) \leftrightarrow \frac{s+2}{(s+2)^2 + \omega_0^2} \quad \text{Re}(s) > -2$

S.2.) $x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{diğer yerler} \end{cases}$

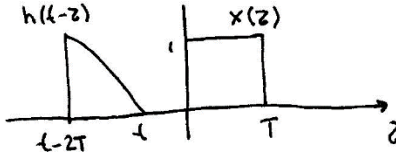
$h(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq 2T \\ 0, & \text{diğer yerler} \end{cases}$

veriliyor. $y(t) = x(t) * h(t)$ bulunuz çiziniz. (15p)

C.2.)



$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(z) h(t-z) dz$$

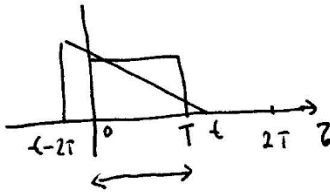


$t \leq 0 \Rightarrow y(t) = 0$ (1)

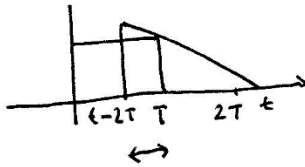


$0 \leq t \leq T \Rightarrow y(t) = \int_0^t (t-z) dz = \int_0^t t dz - \int_0^t z dz = t \int_0^t dz - \int_0^t z dz$

$$y(t) = \left[tz - \frac{z^2}{2} \right]_0^t = t^2 - \frac{t^2}{2} = \frac{t^2}{2} \quad (2)$$



$T \leq t \leq 2T \Rightarrow y(t) = \left[tz - \frac{z^2}{2} \right]_{t-2T}^T = \left[tT - \frac{T^2}{2} \right] \quad (3)$



$2T \leq t \leq 3T \Rightarrow y(t) = \left[tz - \frac{z^2}{2} \right]_{t-2T}^T = tT - \frac{T^2}{2} - \left((t-2T)T - \frac{(t-2T)^2}{2} \right)$

$$y(t) = tT - \frac{T^2}{2} - \left(t^2 - 2tT - \frac{(t^2 - 4tT + 4T^2)}{2} \right)$$

$$y(t) = \frac{2tT - T^2 - 2t^2 + 4tT + t^2 - 4T^2 + 4T^2}{2} = -\frac{t^2}{2} + tT + \frac{3T^2}{2} \quad (4)$$

$3T \leq t \Rightarrow y(t) = 0$ (5)

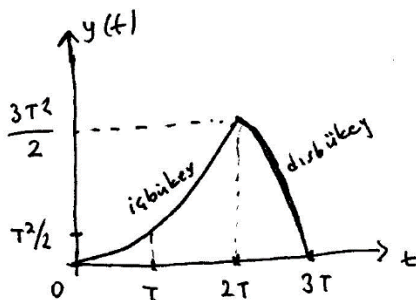
$\frac{t}{0} \quad \frac{y(t)}{0} \quad (1) \text{ ve } (2) \text{ den}$

$T \quad \frac{T^2}{2} \quad (2) \text{ ve } (3) \text{ den}$

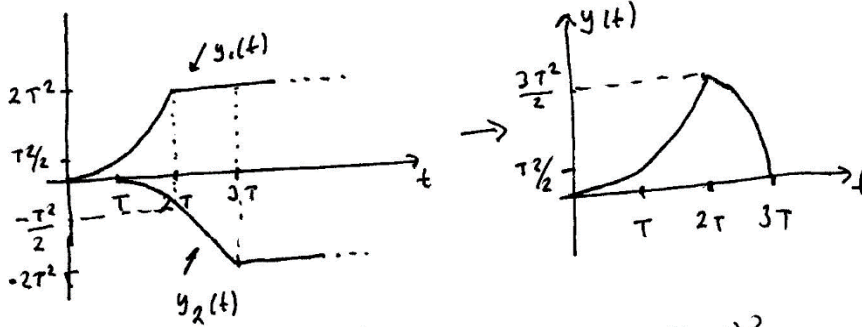
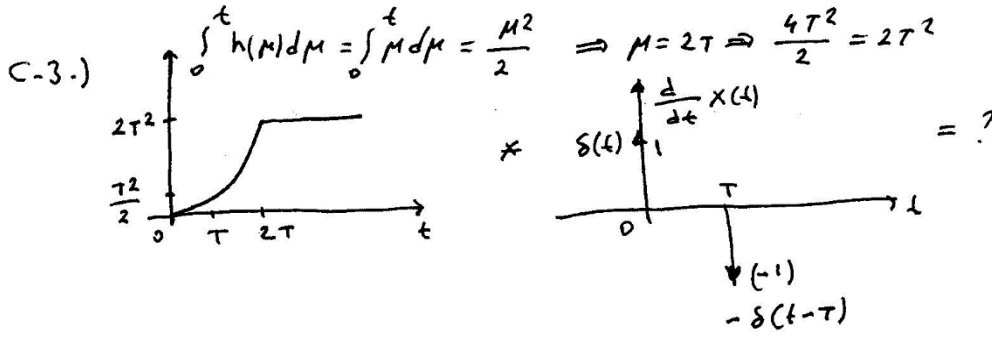
$2T \quad \frac{3T^2}{2} \quad (3) \text{ ve } (4) \text{ den}$

$3T \quad 0 \quad (4) \text{ ve } (5) \text{ den}$

$(3) |_{t=2T} = \frac{4T^2 - T^2}{2}, \quad (4) |_{t=2T} = -\frac{4T^2}{2} + 2T^2 + \frac{3T^2}{2} = \frac{3T^2}{2} \checkmark$
 $(4) |_{t=3T} = -\frac{9T^2}{2} + \frac{6T^2}{2} + \frac{3T^2}{2} = 0 \checkmark$



S.3.) $h(t)$ 'nin integrali ile $x(t)$ 'nin türevinin konvolüsyonunu bulunuz. (15p)



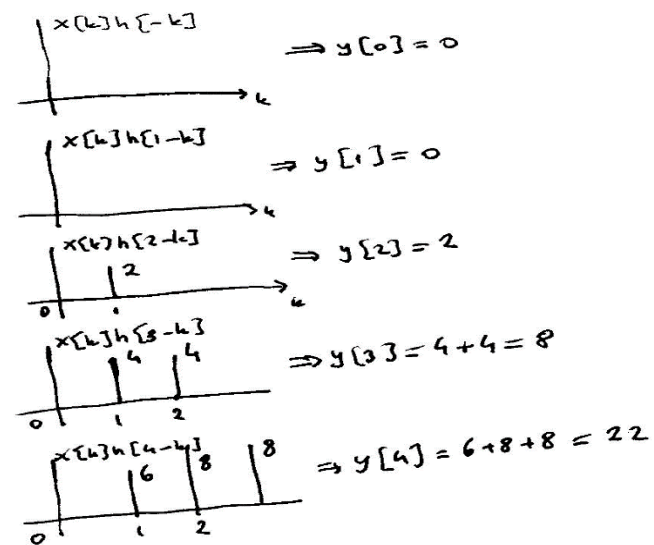
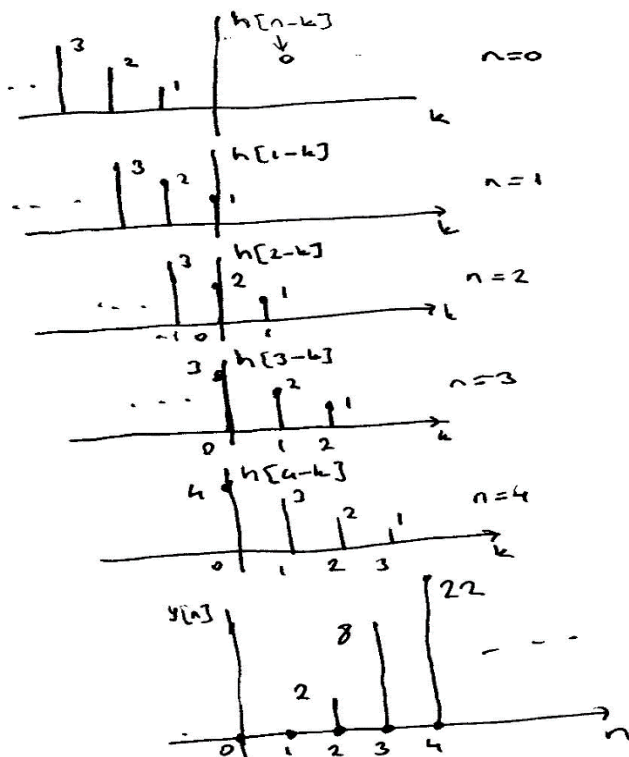
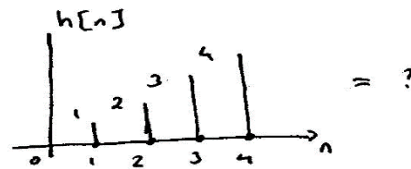
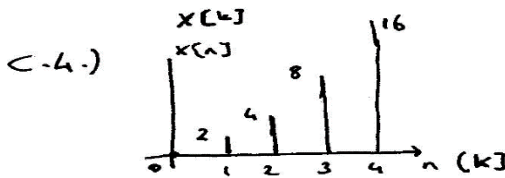
C-2'deki sonuç bulundu.
Budurum konv. un bir
özelliklidir.

Analizitör olarak, $y(t) = \left\{ \int_{-\infty}^t x(z) dz \right\} * \{ \delta(t) - \delta(t-T) \}$

$y(t) = \left\{ \int_{-\infty}^t x(z) dz \right\} * \delta(t) - \left\{ \int_{-\infty}^t x(z) dz \right\} * \delta(t-T)$

$y_1(t) \quad y_2(t)$

S.4.) $x[n] = \begin{cases} 2^n, & n \geq 1 \\ 0, & n \leq 0 \end{cases}$ $h[n] = \begin{cases} n, & n \geq 1 \\ 0, & n \leq 0 \end{cases}$ veriliyor. $y[n] = x[n] * h[n]$ bulunuz çiziniz. (15p)



S.5.) a.) $u[-n]$ 'in z dönüşümünü tanım bağıntısı kullanarak bulunuz. (7p)

b.) $u[n]$ 'in z dönüşümü ve zamanda geri dönüş özelliğini kullanarak $u[-n]$ 'in z dönüşümünü bulunuz (8p)

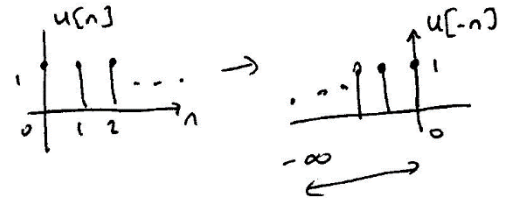
C.5.) 2.) $x[n] = u[-n]$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u[-n] z^{-n}$$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (z^{-1})^n = \sum_{n=0}^{\infty} (z^{-1})^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$$

$$\left\{ \sum_{n=0}^{\infty} z^n = \frac{1}{1-z}, \quad |z| < 1 \text{ idi.} \right\}$$

$$X(z) = \frac{1}{1-z}, \quad |z| < 1 \text{ bulunur.}$$



b.) $u[n] \leftrightarrow \frac{z}{z-1} \quad |z| > 1$

z zamanda geri dönüş özelliği: $x[n] \leftrightarrow X(z)$ $4B = 2$ ise $R' = \frac{1}{R}$ (sıfırdan büyük ise sol yanlı olur)

$\frac{z}{z-1}$ de z yerine $\frac{1}{z}$ koyarsak $\frac{\frac{1}{z}}{\frac{1}{z}-1} = \frac{\frac{1}{z}}{\frac{1-z}{z}} = \frac{1}{z} \cdot \frac{z}{1-z} = \frac{1}{1-z} \quad |z| < 1$ sol yanlı olur. 2)deki sonucu yazılır.

S.6.) $X(z) = \frac{1}{1-z}$, $|z| < 1$ veriliyor. Uzun bölme(güç serisine açma) yöntemiyle $x[n]$ 'i bulunuz. (8p)

C.6.) Sol yanlı oldu-rain z^{-1} 'li terimler bulacak şekilde,

$$\begin{array}{r} 1-z \overline{) 1+z+z^2+z^3 \dots} \\ \underline{1-z} \\ z \\ \underline{z-z^2} \\ z^2 \\ \underline{z^2-z^3} \\ z^3 \end{array}$$

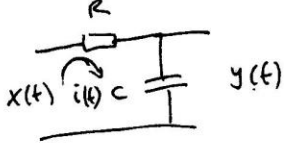
$$x[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] z^{-n}$$

$$x[n] = \{ \dots, 1, 1, 1, 1 \} = u[-n]$$

C-5-deki sonucu pib-i

S.7.) Bir RC alçak geçiren filtre devresi çiziniz. Türevsel denklemini yazınız. Fourier dönüşümü kullanarak genlik ve faz cevabını çiziniz. Yarı güç noktası ne demektir? Açıklayınız. Bu filtreden bozulmasız geçebilecek işaretler var mıdır? Varsa nelerdir?(12p)

C.7.)



$$x(t) = Ri(t) + y(t) \quad , \quad i(t) = C \frac{dy(t)}{dt} = C \frac{dy(t)}{dt}$$

$$x(t) = RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

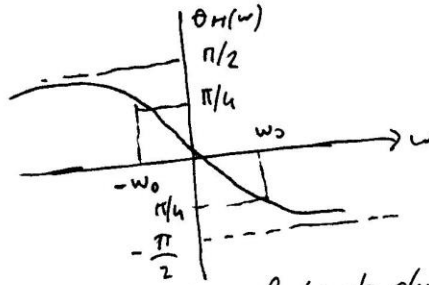
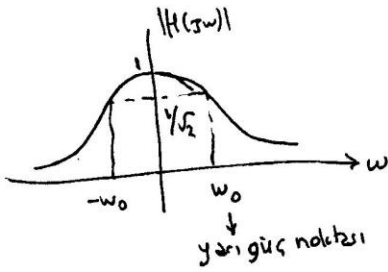
Fourier dönüşümünü yazarsak,

$$X(\omega) = RC j\omega Y(\omega) + Y(\omega)$$

$$Y(\omega)(1 + j\omega RC) = X(\omega)$$

$$\frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad , \quad \omega_0 = \frac{1}{RC} \text{ dersek } H(\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \cdot \frac{1}{1 - j\frac{\omega}{\omega_0}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}} \quad , \quad \theta_H(\omega) = -\tan^{-1} \frac{\omega}{\omega_0}$$



- * Tek bir sinusoidalden oluşan bir işaret herhi frekansta durur olsun bozulmadan geçer.
- * sadece doğru perimden oluşan bir işarette bozulmadan geçer.
- Açıklama ↓ Bunların dışındaki doğrultulmuş sinusoidler, ucgen, kare vb dalgalar sekilleri sahip bütün işaretler bozulur.
- Burada filterin ideal olmadığının belirt ediniz. Ayrıca bozulma periyodü küçülmesi ve/veya işaretin frekans kayması demek değildir.
- Bozulma için işaretin birden çok harmonik içermesi gerekir. Bu harmonikler bu ideal olmayan alçak geçiren filterden farklı oranda zayıflayıp perçeciklerinden çıkıyorken işaret bozulmuş olur. Aynı şekilde harmoniklerin frekansda bu ideal olmayan Apf'den doğrusal olarak kaydırılmayacağından çıkışta işaret bozulmuş olur.
- ↑ Apf ideal olsa bu durumda ω_0 frekansından küçük frekanslı bütün dalgalar sekilleri (vedc) bozulmadan geçer denilebilir.
- cevap * ω_0 kesme frekansı $H(\omega)$ 'nin max değerin $\frac{1}{\sqrt{2}}$ sine düştüğü frekanstır.
- $H(\omega)$ genlik oranı transfer fonk.-dur. Bunun karesi püçü verir. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ nin kareside $\frac{1}{2}$ dir.
- Bu nedenle bu ω_0 noktasına yarıgüç noktası denir.