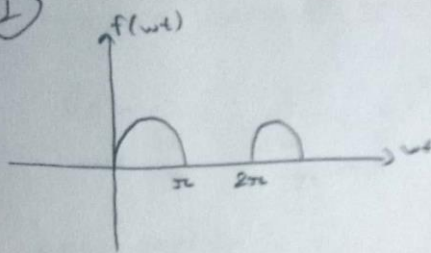


1



$$C_k = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} f(\omega) \cdot e^{-jk\omega} \cdot d(\omega)$$

$$f(\omega) = \sin(\omega) = \frac{1}{j2} \cdot (e^{j\omega} - e^{-j\omega})$$

$$T_0 = 2\pi$$

$$C_k = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{1}{j2} \cdot (e^{j\omega} - e^{-j\omega}) \cdot e^{-jk\omega} \cdot d(\omega)$$

$$C_k = \frac{1}{j4\pi} \cdot \left[\int_0^\pi e^{-j\omega(k-1)} \cdot d(\omega) - \int_0^\pi e^{-j\omega(k+1)} \cdot d(\omega) \right] \dots \text{I}$$

$$C_k = \frac{1}{j4\pi} \cdot \left\{ \left[-\frac{1}{j(k-1)} \cdot e^{-j\omega(k-1)} \right]_0^\pi - \left[-\frac{1}{j(k+1)} \cdot e^{-j\omega(k+1)} \right]_0^\pi \right\}$$

$$C_k = \frac{1}{4\pi} \cdot \left\{ \frac{1}{(k-1)} \cdot [e^{-j\pi(k-1)} - e^{j0(k-1)}] - \frac{1}{(k+1)} [e^{-j\pi(k+1)} - e^{j0(k+1)}] \right\} \dots \text{II}$$

$$n=0 \text{ için } C_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot \left\{ -1 \left[\frac{j\pi}{1} - 1 \right] - 1 \left[\frac{j\pi}{1} - 1 \right] \right\} = \frac{e^{j\pi} = -1}{e^{-j\pi} = -1}$$

$$C_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot \left\{ -1[-2] - 1[-2] \right\} = \frac{1}{\pi} = \boxed{0,318 = C_0}$$

→ buraya kadar yepan (5P)

n=1 için II'deki denklemleri kullanarak denklemleri kullanırız.

$$C_1 = \frac{1}{j4\pi} \cdot \left\{ \int_0^\pi 1 \cdot d(\omega) - \int_0^\pi e^{-2j\omega} \cdot d(\omega) \right\} = \frac{1}{j4\pi} \cdot \left\{ \omega \Big|_0^\pi - \frac{1}{-j2} e^{-2j\omega} \Big|_0^\pi \right\}$$

$$C_1 = \frac{1}{j4\pi} \cdot \left\{ \pi + \frac{1}{j2} \left[\frac{e^{-j2\pi}}{1} - \frac{e^{-j0}}{1} \right] \right\} = \frac{1}{4\pi} \cdot \left\{ \pi \right\} = \boxed{C_1 = \frac{1}{j4}}$$

$$\frac{e^{j2\pi} = 1}{e^{-j2\pi} = 1}$$

benzer şekilde;

$$C_{-1} = \frac{1}{j4\pi} \cdot \left\{ \int_0^\pi e^{2j\omega} \cdot d(\omega) - \int_0^\pi 1 \cdot d(\omega) \right\} = \boxed{\frac{-1}{j4} = C_{-1}}$$

$k=2$ için denklemler II kullanabiliriz.

$$C_2 = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{(2-1)} \cdot \frac{[e^{-j\pi} - 1]}{-1} - \frac{1}{(2+1)} \cdot \frac{[e^{-j3\pi} - 1]}{-1} \right\} = \frac{1}{4\pi} \left\{ -2 + \frac{2}{3} \right\} = \frac{1}{3\pi} = 0,106$$

benzer şekilde

$$C_{-2} = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{(-2-1)} [e^{j3\pi} - 1] - \frac{1}{(-2+1)} [e^{j\pi} - 1] \right\} = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{2}{3} - 2 \right\} = -\frac{1}{3\pi} = -0,106$$

$$C_3 = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{(3-1)} [e^{-j2\pi} - 1] - \frac{1}{(3+1)} [e^{-j6\pi} - 1] \right\} = 0$$

$$C_{-3} = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{1}{(-3-1)} [e^{j4\pi} - 1] - \frac{1}{(-3+1)} [e^{j2\pi} - 1] \right\} = 0 \quad \text{dörtüncü bulunur.}$$

$$a_n = c_n + c_{-n} \quad b_n = j(c_n - c_{-n})$$

$$k \text{ harmoniğin genliği} = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \text{ağırlık} = \tan^{-1} \left(\frac{b_k}{a_k} \right)$$

$$a_1 = \frac{1}{j4} + \frac{1}{-j4} = 0$$

$$b_1 = j \left(\frac{1}{j4} - \frac{1}{-j4} \right) = \frac{1}{4}$$

1. harmonik genliği 0,5 olan sinustür.

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega t} \quad \text{ise}$$

$$a_2 = 0,106 + 0,106 = 0,212$$

$$b_2 = 0$$

2. harmonik genliği 0,212 olan bir cosinustür.

$$a_3 = 0$$

$$a_4 = 0,042 \dots$$

$$f(t) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin(2\pi t) - \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{\cos(2\pi t)}{3} - \frac{\cos(4\pi t)}{15} + \frac{\cos(6\pi t)}{35} - \dots \right\}$$

İsaretin ortalama gücü $\frac{1}{T_0} \int_{T_0} |f(t)|^2 dt$

buraya kadar geçen (1SP)

$$= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 - \cos(2\omega t)) d(\omega t) = \frac{1}{4\pi} \left[\omega t - \frac{1}{2} \sin(2\omega t) \right]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{1}{4\pi} \left[\left(2\pi - \frac{1}{2} \sin(4\pi) \right) - \left(0 - \frac{1}{2} \sin(0) \right) \right] = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ watt}$$

Parseval teoreminde; $\frac{1}{T_0} \int_{T_0} |f(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2$

1. harmoniğin gücü; $\left(\frac{1}{2}\right)^2 / 2 = 0,125$

$$0,25$$

$$0,125$$

$$100$$

$$x$$

$x = 50$ bulunur. (20P)

$$\textcircled{2} \quad y'(t) + y(t) = x(t) \Rightarrow j\omega Y(\omega) + Y(\omega) = X(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1}{1+j\omega} = H(\omega)$$

$$H(k\omega_0) = \frac{1}{1+jk\omega_0} \quad \text{for } \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \text{ dir}$$

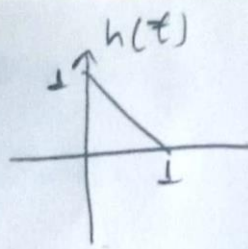
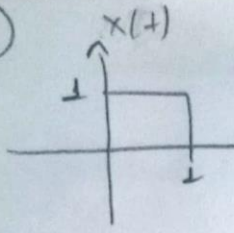
$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \cdot H(k\omega_0) \cdot e^{jk\omega_0 t}$$

$$y(t) = \frac{1}{3\pi} \cdot \frac{1}{1-j2} \cdot e^{-j2t} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1-j} \cdot e^{-jt} + \frac{1}{\pi} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{1+j} \cdot e^{jt} + \frac{1}{3\pi} \cdot \frac{1}{1+j2} \cdot e^{j2t}$$

olarak bulunur.

--- (20 P)

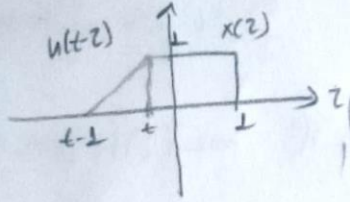
3



$$x(z) = 1$$

$$h(t) = -t + 1$$

$$h(t-z) = z - t + 1$$



$$t < 0 \text{ için}$$

$$y(t) = 0$$

I

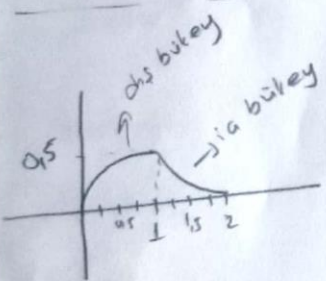
$$0 < t < 1$$

$$y(t) = \int_0^t 1 \cdot (z - t + 1) \cdot dz$$

II

$$y(t) = \left. \frac{z^2}{2} - tz + z \right|_0^t$$

$$y(t) = \left(\frac{t^2}{2} - t^2 + t \right) - (0 - 0 - 0) = t - \frac{t^2}{2}$$



$$1 < t < 2$$

$$y(t) = \int_{t-1}^1 1 \cdot (z - t + 1) \cdot dz$$

III

$$y(t) = \left. \frac{z^2}{2} - tz + z \right|_{t-1}^1$$

$$y(t) = \left(\frac{1}{2} - t + 1 \right) - \left(\frac{(t-1)^2}{2} - t(t-1) + (t-1) \right)$$

$$y(t) = \frac{1}{2} - t + 1 - \left(\frac{t^2 - 2t + 1}{2} - t^2 + t + t - 1 \right)$$

$$y(t) = \frac{t^2}{2} - 2t + 2$$

$$t > 2$$

$$y(t) = 0$$

IV

NOT : Bu soruyu
h(t) · x(t-z)
kullanarak cıtelelerde
tam puan alacaktır.

bu soruda tam puan alabilmek için şekil ve integral sonuçlarınızın doğru olması gerekir.

4

$$x(t) = u(t) - u(t-1) \Rightarrow X(s) = \frac{1}{s} - \frac{e^{-s}}{s}$$

$$h(t) = [u(t) - u(t-1)] \cdot (-t+1) = -t u(t) + u(t) + (t-1) u(t-1) \Rightarrow$$

$$H(s) = -\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} + \frac{e^{-s}}{s^2} \text{ olarak bulunur.}$$

$$Y(s) = X(s) H(s) \text{ den } Y(s) = \left(\frac{1}{s} - \frac{e^{-s}}{s} \right) \cdot \left(-\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} + \frac{e^{-s}}{s^2} \right) \Rightarrow$$

$$Y(s) = -\frac{1}{s^3} + \frac{1}{s^2} + \frac{e^{-s}}{s^3} + \frac{e^{-s}}{s^3} - \frac{e^{-s}}{s^2} - \frac{e^{-2s}}{s^3} \text{ olarak bulur.}$$

Buradan ters Laplace ile $y(t)$ bulur. Burada kullanılacak Laplace özelliği $\boxed{(t-a)^n \cdot u(t-a) = \frac{n! \cdot e^{-as}}{(s)^{n+1}}}$ -dir.

bu özellik dikkate alınarak $y(t)$ bulunur.

$$y(t) = -t^2 u(t) + t u(t) + \frac{1}{2} \cdot (t-1)^2 u(t-1) + \frac{1}{2} \cdot (t-1)^2 u(t-1) - (t-1) u(t-1) - \frac{1}{2} (t-2)^2 u(t-2) \Rightarrow$$

$$y(t) = u(t) \left[-t^2 + t \right] + u(t-1) \left[(t-1)^2 - (t-1) \right] - u(t-2) \left[\frac{1}{2} (t-2)^2 \right] \text{ olarak bulunur.}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{s^3} &= -t^2 u(t) \\ \frac{1}{s^2} &= t u(t) \\ \frac{e^{-s}}{s^3} &= \frac{1}{2} (t-1)^2 u(t-1) \\ &\vdots \end{aligned} \right\}$$

C.5. devam

$$y[n] = T\{z^n\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] z^{n-k} = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] z^{-k} \right] z^n$$

$$y[n] = H(z) z^n = \lambda z^n$$

Sınızda cevap 5 rain

öz fonksiyon bir DTD sisteme giris olarak uyarlandı. Sistem λ gibi bir

katsayı ile öz fonksiyonun serisini şeklinde bir cevap verir. λ öz degerdir.

100

Sürekli zamanda e^{st} öz fonksiyon, λ öz deger $= H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-st} dt$

Ayrıca z^n z^n , λ z^n $= H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] z^{-n}$

Yeterlidir

C.6.) Bozulmazsız iletim seçiyen ortamın etkisinde pms ısrarının zaman domaininde kayması ve parçalarının değişmesi bozulmaz değildir. Bozulma seçkin bozulması kelidir. O halde bozulmazsız iletim seçiyen sistemin giriş-çıkış ilişkisi

$$y(t) = k x(t-t_0) \text{ şeklindedir. Fourier dönüşümü ile}$$

$$Y(\omega) = k X(\omega) e^{-j\omega t_0} \Rightarrow H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = k e^{-j\omega t_0}$$

100

