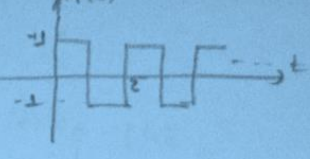


1. Soru

1) $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$

$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot e^{-jn\omega_0 t} dt$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$
 $T = 2$
 $\omega_0 = \pi$ bulunur



$c_n = \frac{1}{2} \int_0^2 x(t) \cdot e^{-jn\pi t} dt = \frac{1}{2} \left[\int_0^1 1 \cdot e^{-jn\pi t} dt + \int_1^2 -1 \cdot e^{-jn\pi t} dt \right]$

$c_n = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{-jn\pi} \cdot e^{-jn\pi t} \Big|_0^1 + \frac{1}{jn\pi} \cdot e^{-jn\pi t} \Big|_1^2 \right]$

$c_n = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{jn\pi} [e^{-jn\pi} - 1] + \frac{1}{jn\pi} [e^{-jn2\pi} - e^{-jn\pi}] \right]$

$c_n = \frac{1}{2jn\pi} [1 - e^{-jn\pi}]$ bulunur. n çift ise $e^{-jn\pi} = 1$
 n tek ise $e^{-jn\pi} = -1$ dir.

Özetle $c_n = \begin{cases} 0, & n \text{ çift ise} \\ \frac{2}{jn\pi}, & n \text{ tek ise} \end{cases}$ olarak elde edilir.

$c_0 = \text{dc değeri } \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot dt = 0$ dir $c_0 = 0$ $c_1 = \frac{2}{j\pi}$

$c_{-1} = \frac{2}{j\pi}$ $c_{-2} = \frac{2}{j2\pi}$, $c_2 = 0$, $c_{-2} = 0$, $c_3 = \frac{2}{j3\pi}$ $c_{-3} = \frac{2}{j3\pi}$, $c_{-4} = \frac{2}{j4\pi}$

$f(t) = \frac{dc}{dt} + \frac{2}{j\pi} e^{j\pi t} - \frac{2}{j\pi} e^{-j\pi t} + \frac{2}{j3\pi} e^{j3\pi t} - \frac{2}{j3\pi} e^{-j3\pi t} + \frac{2}{j5\pi} e^{j5\pi t} - \frac{2}{j5\pi} e^{-j5\pi t} \dots$

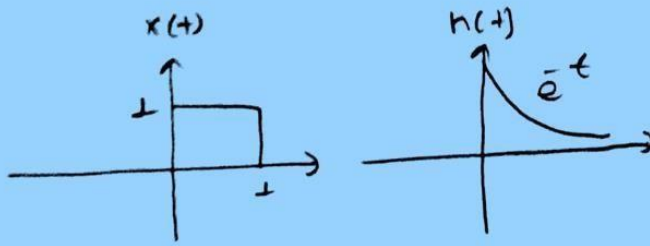
$f(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \sin(\pi t) + \frac{4}{3\pi} \cdot \sin(3\pi t) + \frac{4}{5\pi} \cdot \sin(5\pi t) \dots$

$P_A = \frac{\left(\frac{4}{\pi}\right)^2}{2} = 0,81$

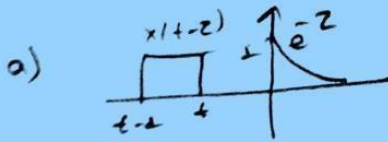
$P_{\text{ortalama}} = \frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^2 1 dt = 1$

$\frac{1}{100} \cdot 0,81 \cdot 100 = 0,81$ $X = 0,81$

2 ve 3. soru

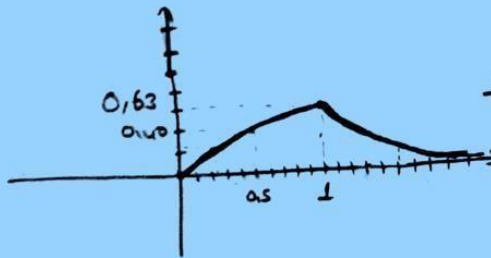


$$y(t) = x(t) * h(t)$$



$t < 0$ için
 $y(t) = 0$

$0 < t < 1$ için
 $y(t) = \int_0^t e^{-z} dz = -e^{-z} \Big|_0^t = 1 - e^{-t}$



$1 < t < \infty$ için
 $y(t) = \int_{t-1}^t e^{-z} dz = -e^{-z} \Big|_{t-1}^t = 1.72 \cdot e^{-t}$

t	y(t)
0	0
0.25	0.122
0.50	0.40
0.75	0.63
1	1.72
1.25	0.38
1.50	0.138
1.75	0.23
2	0.13
2.5	0.108
3	0.108

b) $x(t) = u(t) - u(t-1)$

$$X(s) = \frac{1 - e^{-s}}{s}$$

$$h(t) = e^{-t} \Rightarrow H(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$Y(s) = H(s)X(s) = \frac{1 - e^{-s}}{s(s+1)}$$

kısmi kesirlere ayıllım;

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} + \frac{e^{-s}}{s+1} - \frac{e^{-s}}{s}$$

$$y(t) = u(t) - e^{-t}u(t) + e^{-(t-1)}u(t-1) - u(t-1) \Rightarrow$$

$$y(t) = (1 - e^{-t})u(t) + u(t-1) \cdot [e^{-(t-1)} - 1]$$

$$y(t) = u(t) (1 - e^{-t}) + u(t-1) 1.72 \cdot e^{-t}$$

4.

Bir ayrık-zaman sistemin kararlı olabilmesi için impuls yanıtı mutlak toplanabilir olmalıdır.

$H(z)$ bakımından bir sistemin kararlı olabilmesi için yakınsama bölgesi karmaşık z -düzleminde birim çemberi içermelidir. Nedensel bir ayrık-zamanlı sistemin kararlı olabilmesi gerek ve yeter koşul $H(z)$ 'nin kutuplarının tümünün birim çember içinde (yani tümünün genliğinin birden küçük) olmasıdır.

$H(s)$ bakımından bir sistemin kararlı olabilmesi için sistem transfer fonksiyonuna ait yakınsama bölgesi $j\omega$ - eksenini kapsamalıdır. Nedensel bir sistemin kararlı olabilmesi için transfer fonksiyonunun tüm kutupları sol s -yarı düzleminde olmalıdır.

(4) $z \mid 2z^2 - 3z + 1$ $|z| > \frac{1}{2}$ old. sağ yanı z^{-n-1} terimleri gelecek

$$2 - \frac{3}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2} \mid \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{3}{4}z^{-2} + \frac{7}{8}z^{-3} + \frac{15}{16}z^{-4} \dots$$

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}z^{-1}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2}$$

$$\frac{7}{4}z^{-1} - \frac{3}{4}z^{-2}$$

$$-\frac{7}{4}z^{-1} + \frac{21}{8}z^{-2} + \frac{7}{8}z^{-3}$$

!

2. yol

$$X(z) = \frac{z}{2z^2 - 3z + 1} = \frac{A}{2z - 1} + \frac{B}{z - 1}, \quad A = -1 \quad B = 1 \text{ bulunur}$$

$$X(z) = \frac{1}{z - 1} - \frac{1}{2z - 1} = \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} - \frac{0,5 \cdot z^{-1}}{1 - 0,5 \cdot z^{-1}} \quad |z| > \frac{1}{2}$$

ters z dönüşümü yapılırsa.

$$X[n] = (1)^{n-1} u[n-1] - 0,5 (0,5)^{n-1} u[n-1] \text{ bulunur.}$$

buradan $X[n] = \left[0, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \dots \right]$

aynı sonuç elde edilir.

5. Tanım bağıntısından Laplace dönüşümünde türev özelliğinin ispatı.

$$-tx(t) \leftrightarrow \frac{dX(s)}{ds} \quad R' = R$$

tanımından

$$X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-st} dt$$

yazılabilir. Bu eşitliğin her iki yanının s 'ye göre türevi alınarak

$$\frac{dX(s)}{ds} = \int_{-\infty}^{\infty} (-t) x(t) e^{-st} dt = \int_{-\infty}^{\infty} [-tx(t)] e^{-st} dt$$

elde edilir. Dolayısıyla:

$$-tx(t) \leftrightarrow \frac{dX(s)}{ds} \quad R' = R$$

Türev işlemi yakınsama bölgesini değiştirmez.

6. Fourier Dönüşümünde İntegrallenme özelliğinin ispatı

$$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \leftrightarrow \pi X(0)\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} X(\omega)$$

$$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau = x(t) * u(t)$$

Böylece zamanda konvolüsyon özelliği kullanılarak

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[x(t) * u(t)] &= X(\omega) \left[\pi \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \right] = \pi X(\omega) \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} X(\omega) \\ &= \pi X(0) \delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} X(\omega) \end{aligned}$$

elde edilir. Burada $X(\omega)\delta(\omega) = X(0)\delta(\omega)$ eşit olduğuna dikkat edin.

NOT: İLK 4 SORU 20 PUAN 5 VE 6. SORULAR 10'AR PUANDIR.