

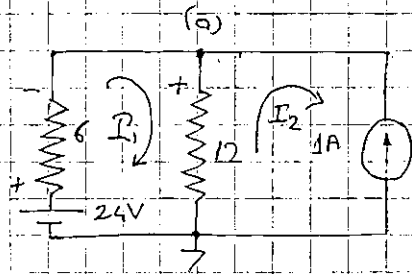
Arsıklama;

İki kaynaklı ve özellikle çok kaynaklı devrelere uygulanan bir çözüm metodudur. Çözüm için, K.G.K. kuralından yararlanılır. Bu kurala göre, her kapalı gözde perimetre toplamı sıfırdır. Her gözün bir çavra akımı çizilerek K.G.K'nın uygulanmasına çalışılır. Çizilen göz (çavra) akımları genellikle aynı yöne doğru çizilmeye çalışılır. Devredeki tüm kaynaklar perimetre kaynağı olarak dikkate alınır (Akım kaynakları dönüştürülür).

İşlem Sırası

- 1- Her gözün çavra akımları çizilir ve farklılarda isimlendirilir.
- 2- Çavra akımlarından yararlanarak çözüm denklemleri göz sayısı kadar hazırlanır.
- 3- Hazırlanan denklemler bir çözüm metodu yardımı ile çözülerek göz akımları bulunur.
- 4- Bulunan göz akımları yardımı ile kol akımları hesaplanır.
- 5- Kol akımları yardımı ile eleman indirir yapılır.

Örnek

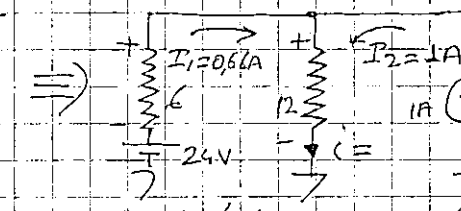
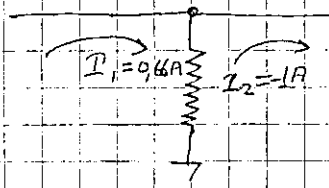


I_1 gözüne denklem yazılırsa,
 $24V - (6\Omega I_1) - 12\Omega (I_1 - I_2) = 0$
 $24V = I_1 \cdot 18 - 12\Omega I_2$ elde edilir.

I_2 gözüne denklem yazılırsa,
 $I_2 = -1A$ olur.

Denklemler düzenlenir ve $24 = 18I_1 - 12(-1A) \Rightarrow I_1 = 0,66A$ bulunur.

Bulunan göz akımlarından faydalanılarak kol akımları hesaplanır. Kol akımları kullanılarak eleman gerilimleri tanımlanır.

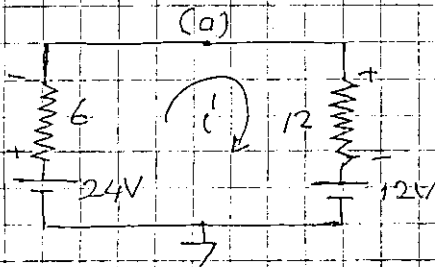


$I_1 = 0,66A$ bulunur.

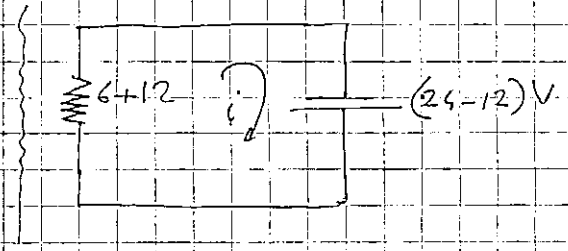
$V_6 = 0,66A \cdot 6\Omega = 3,96V$ olarak bulunur.

$V_{12} = 1,66A \cdot 12\Omega$
 $V_{12} = 19,92V$
 $V_{1A} = 19,92V$

Aynı örnekte, kaynak dönüşümü yardımı ile yapılabilir.



$I = \frac{24 - 12}{6 + 12}$
 $I = 0,66A$



$V_6 = 0,66 \cdot 6 = 3,96V$

$V_{12} = 0,66 \cdot 12 = 7,92V$

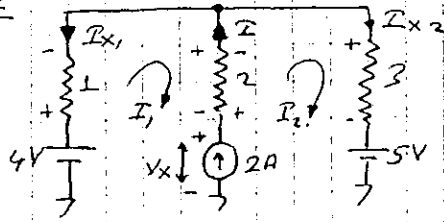
Bulunan akımdan faydalanılarak 12V'luk elemanın gerilimi bulunurken 7,92V olduğu gözden geçirilir. Halbuki önceki çözümde $V_{12} = 19,92V$ volt bulunmuştu.

İki çözüm farklılık göstermektedir. Kaynak dönüşümü bazen elemanların durumlarını değiştirmediğinden departmanlarda dikkat edilebilir.

Süper Şeyre Metodu

Örnek

a)



Açıklama.

Akım kaynağının uçlarında V_x gibi bir potansiyelin olduğunu kabul edelim.

1. denklem $\rightarrow 4 - 3I_1 + 2I_2 - V_x = 0$

2. denklem $\rightarrow -5 - 5I_2 + 2I_1 + V_x = 0$

$$4 - 5 + 2I_1 - 5I_2 - 3I_1 + 2I_2 = 0$$

3. denklem $I = I_2 - I_1 \Rightarrow I_2 = -2 + I_1$

$$I_{x1} = -I_{x1} = 1,75 A$$

$$I_{x2} = I_2 = -3,75 A \quad \left| \quad I = 2 A \right.$$

$$-1 - I_1 - 3I_2 = 0 \text{ olur.}$$

$$-1 = +I_1 + 3I_2$$

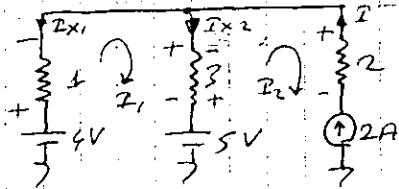
$$-1 = I_1 + 3(-2 + I_1)$$

$$-1 = 4I_1 - 6 \Rightarrow -7 = 4I_1$$

$$I_1 = -\frac{7}{4} = -1,75 A$$

$$I_2 = -2 + (-1,75) = -3,75$$

b) Aynı enerji paralel kolları değiştirerek şö"2 a bılırız.



$$I_2 = -2 A \text{ olur. 1. denklem}$$

$$4 - 4I_1 + 3I_2 - 5 = 0 \quad 2. \text{ denklem}$$

$$4 - 5 = 4I_1 + 3(-2)$$

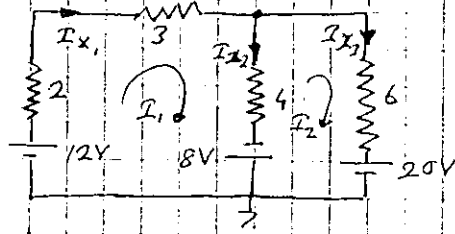
$$-1 = 4I_1 + 6 \Rightarrow I_1 = -\frac{7}{4} A$$

$$I_{x1} = 1,75 A = -I_1$$

$$I_{x2} = I_1 - I_2 = (-1,75) - 2 = -3,75 A$$

Örnek

Kol akımlarını çevre metodu yardımı ile bulunuz.



Formal çevre denklemleri,

1. denklem $\Rightarrow 20 = 9I_1 - 4I_2$

2. denklem $\Rightarrow -28 = -4I_1 + 10I_2$ olur.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 10 \end{vmatrix} = +(9 \cdot 10) - (-4 \cdot -4) = 90 - 16 = 74$$

1. Yol

Not = Sol köşegen elemanları aynı olmamıştır.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 20 & -4 \\ -28 & 10 \end{vmatrix} = +(20 \cdot 10) - (-4 \cdot -28) = 88 \quad I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{88}{74} = 1,19A$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 9 & 20 \\ -4 & -28 \end{vmatrix} = +(9 \cdot -28) - (20 \cdot -4) = 172 \quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{172}{74} = 2,3A$$

Pay matrisi hazırlanırken, bilinmeyen akım kolonunun yerine kaynağın kolonu yazılır.

2. Yol

$$\begin{bmatrix} 20 \\ -28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9I_1 & -4I_2 \\ -4I_1 & +10I_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 20 \\ -28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \text{ yazılabilir}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 10 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 20 \\ -28 \end{bmatrix} \text{ şekline dönüştürülebilir}$$

"-1" Ters matris anlamındadır. Ters matrisin asılımı için matrisin transpozunu (satır ve sütunların değişmesi) alınıp ve elemanların çarpımları " Δ " ile bölünür. Ayrica matris köfaktörlerle asılır.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 10 & -(-4) \\ -(-4) & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ -28 \end{bmatrix} = \frac{1}{74} \begin{bmatrix} (10 \cdot 20) + (4 \cdot -28) \\ (4 \cdot 20) + (9 \cdot -28) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{88}{74} \\ \frac{172}{74} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,19 \\ 2,3 \end{bmatrix} A$$

Örnek

$48 = 3V_1 - 2V_2$ denklemlerini matris formuyla çözüyoruz.
 $-20 = 2,5V_1 - 3,5V_2$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2,5 & -3,5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 48 \\ -20 \end{bmatrix} \text{ olarak yazılabilir}$$

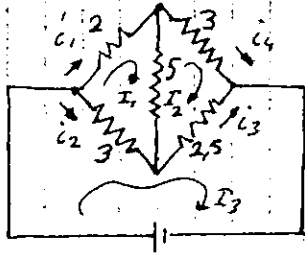
$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2,5 & -3,5 \end{vmatrix} = (3 \cdot -3,5) - (-2 \cdot 2,5) = -5,5$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-5,5} \begin{bmatrix} -3,5 & +2 \\ -2,5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 48 \\ -20 \end{bmatrix} = -\frac{1}{5,5} \begin{bmatrix} (-3,5 \cdot 48) + (2 \cdot -20) \\ (-2,5 \cdot 48) + (3 \cdot -20) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{5,5} \begin{bmatrix} -168 & -40 \\ -120 & -60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-208}{-5,5} \\ \frac{-180}{-5,5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37,8 \\ 32,7 \end{bmatrix} V \text{ olarak bulunur.}$$

Örnek

Kol akımlarını, elemanların değerlerini ohm kabul ederek
süre akımları metodu yardımı ile bulunuz.



Davre denklemleri formattı olarak yapılabilir.

$$\begin{aligned} 1. \text{ denklemler} & - 0 = 10I_1 - 5I_2 - 3I_3 \\ 2. \text{ denklemler} & - 0 = -5I_1 + 10.5I_2 - 2.5I_3 \\ 3. \text{ denklemler} & - 26 = -3I_1 - 2.5I_2 + 5.5I_3 \end{aligned}$$

Denklemin akım katsayıları dikkate alınarak, determinant
matrisi hazırlanır.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & -5 & -3 \\ -5 & 10.5 & -2.5 \\ -3 & -2.5 & 5.5 \end{vmatrix} \quad \text{Hazırlanan} \quad \text{matrisi yandaki} \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \quad \text{Köşegen} \quad \text{elemanları} \quad \text{ayrı olmalı.}$$

3x3 lük payda determinant matrisinin bulunması için,

a) "Sarrus Kuralı" uygulanır.

Bu kurala göre ilk iki sütun sağ tarafa taşınır (veya ilk
iki satır alt tarafa taşınır).

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & -5 & -3 & 10 & -5 \\ -5 & 10.5 & -2.5 & -5 & 10.5 \\ -3 & -2.5 & 5.5 & -3 & -2.5 \end{vmatrix} = + (577.5 - 37.5 - 37.5) - (44.5 + 62.5 + 137.5) = 208.$$

Sağ köşegenler elemanları çarpıldıktan sonra "+" ile çarpılır, sol köşegen
elemanları karelerinin içinde çarpıldıktan sonra "-" ile çarpılıp
toplanır.

b) "Laplace Açılımı" uygulanır.

$$\Delta = + (10) \begin{vmatrix} 10.5 & -2.5 \\ -2.5 & 5.5 \end{vmatrix} - (-5) \begin{vmatrix} -5 & -2.5 \\ -3 & 5.5 \end{vmatrix} + (-3) \begin{vmatrix} -5 & 10.5 \\ -3 & -2.5 \end{vmatrix} = 515 - 175 - 132 = 208$$

Herhangi bir satır veya sütuna göre açılım yapılabilir. İşlem için
matris elemanı alınır ve alt olduğu satır - sütun yok sayılarak
kalan elemanlarla matris formunda çarpılır. İşleme satır veya
sütun boyunca sırası ile devam edilir. İşaretlere "+" don baş-
layarak "-" ve yine "+" devam edilir.

Göz akımlarının Bulunması

1. Yol "Cramer Metodu" ile

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 10 & -5 & -3 & 0 & -5 \\ 0 & 10.5 & -2.5 & 0 & 10.5 \\ 26 & -2.5 & 5.5 & 26 & -2.5 \end{vmatrix} = 1144 \quad I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1144}{208} = 5.5A$$

Bu metotla bu çözüm için aranacak bilinmeyen akım kolunu kapattırılır ve
matrise uygunluk değerleri alınır.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 10 & 0 & -3 & 10 & 0 \\ -5 & 0 & -2.5 & -5 & 0 \\ -3 & 26 & 5.5 & -3 & 26 \end{vmatrix} = 1040 \quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1040}{208} = 5A$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{2080}{208} = 10A \text{ bulunur.}$$

2. YOL

$$\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 26 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10I_1 - 5I_2 - 3I_3 \\ -5I_1 + 10,5I_2 - 2,5I_3 \\ -3I_1 - 2,5I_2 + 5,5I_3 \end{vmatrix} \text{ yerine } \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 26 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 & -5 & -3 \\ -5 & 10,5 & -2,5 \\ -3 & -2,5 & 5,5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{vmatrix} \text{ yazılabilir.}$$

$$\begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 & -5 & -3 \\ -5 & 10,5 & -2,5 \\ -3 & -2,5 & 5,5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \\ 26 \end{vmatrix} \quad \text{ve her matris alınır,}$$

$$\begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{\Delta} \left[\begin{vmatrix} 10,5 & -2,5 \\ -2,5 & 5,5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ -2,5 & 5,5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 10,5 & -2,5 \end{vmatrix} \right. \\ \left. - \begin{vmatrix} -5 & -2,5 \\ -3 & 5,5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 10 & -3 \\ -3 & 5,5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 10 & -3 \\ -5 & -2,5 \end{vmatrix} \right] \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 26 \end{vmatrix}$$

Satır ve sütun işaretleri sol köşeden başlanır, +|- işareti verilir.

İşlem için 3x3 matrisin ilk satırdan veya sütundan başlanarak elemanlar kapatılıp ait olduğu satır ve sütun dikkate alınarak, elemanlar alınıp yeni matrise girilir. Eğer satır alınıyorsa yeni matriste sütuna, sütun alınıyorsa yeni matriste satır yazılır oluşturulan 2x2'lik matrisin işaretleri eklenir ve aşağıdaki gibi akımlar bulunur.

$$\begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{208} \begin{vmatrix} 51,5 & 35 & 44 \\ 35 & 46 & 40 \\ 44 & 40 & 80 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 26 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1144}{208} \\ \frac{1040}{208} \\ \frac{2080}{208} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5,5 \\ 5 \\ 10 \end{vmatrix} \text{ Ampere}$$

Kol akımlarının bulunması

$$I_3 = I_1 = 5,5 \text{ A} \quad , \quad I_2 = I_3 - I_1 = 10 - 5,5 = 4,5 \text{ A}$$

$$I_4 = I_2 = 5 \text{ A} \quad , \quad I_1 = I_1 = 5,5 \text{ A}$$

$$\text{Orta kol akımı } I_5 = I_1 - I_2 = 5,5 - 5 = 0,5 \text{ A (Yukarıdan aşağıya doğru)}$$

Not

Satır Sütuna aktarma işlemine "Transpoz" denir.